

ESEMPIO DI CALCOLO DI UNA STRUTTURA IN LEGNO SECONDO IL
D.M. 14/01/2008

Ing. Marco Pio Lauriola

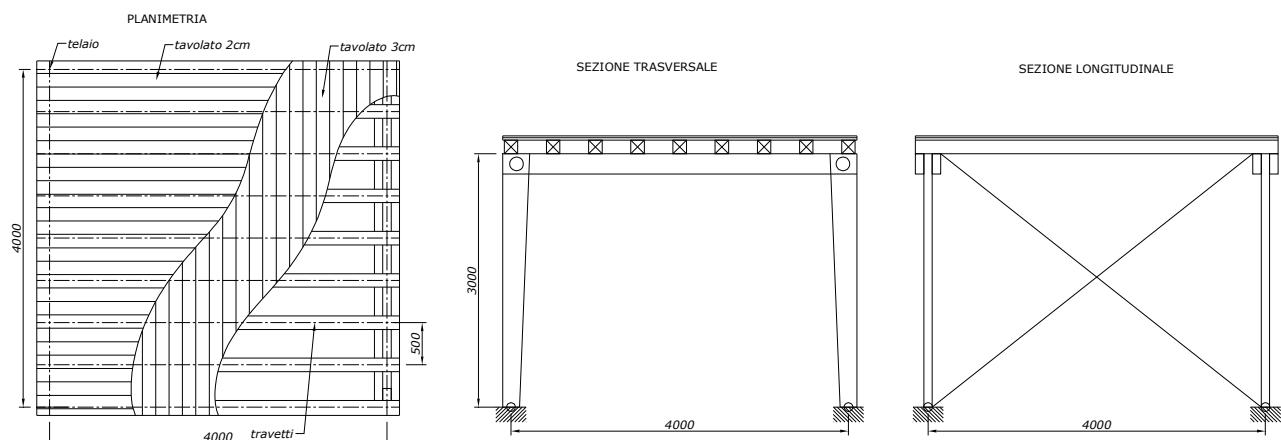
Giugno 2011

Consideriamo la realizzazione di un piano soppalco interno a un capannone industriale con destinazione d'uso a uffici non aperti al pubblico.

La struttura è composta da due telai posti ad una distanza di 4m e da un solaio realizzato con travetti semplicemente appoggiati sugli stessi e da un tavolato doppio (3+2 cm).

Il materiale utilizzato è legno lamellare incollato di classe GL24h e il fabbricato è collocato a Avellino in Corso Europa 8.

Per semplicità non verranno distinti i carichi permanenti strutturali e non strutturali, si farà riferimento quindi ad un solo γ_g che sarà posto pari a 1.4



Analisi dei carichi

- Carico permanente portato (sovrastruttura): $g_{k,sov} = 4.5 \times (0.03 + 0.02) = 0.23 \text{ kN/m}^2$
- Carico accidentale di esercizio: $q_k = 2.0 \text{ kN/m}^2$ $\psi_{2i} = 0.3$ coefficiente di combinazione
- Azione sismica:
 - lon: 14.789755°
 - lat: 40.913047°
 - Classe d'uso II
 - Vita nominale
 - periodo di riferimento dell'azione sismica: $V_R = V_N \times c_u = 50 \text{ anni}$
 - Categoria di sottosuolo: C
 - Categoria topografica: T1
 - Coefficiente di struttura: $q = 2.5$ vale per entrambe le direzioni principali in pianta x,y.
 - L'edificio è regolare sia in piante che in altezza, non si applica quindi nessuna

coefficiente d'uso: $c_u = 1$
 $V_N = 50 \text{ anni}$

riduzione del coefficiente di struttura.
Stato limite di salvaguardia della vita

$$\begin{aligned}
 a_g &= 0.195g & S &= 1.422 \\
 F_0 &= 2.372 & h &= 0.4 \\
 T_c^* &= 0.368 \text{ s} & T_B &= 0.179 \text{ s} \\
 S_s &= 1.422 & T_C &= 0.537 \text{ s} \\
 C_c &= 1.461 & T_D &= 2.381 \text{ s} \\
 S_T &= 1
 \end{aligned}$$

Verifiche

Verifica travicelli

Travetti solaio 160x160 L.L GL24h

luce: $l=4\text{m}$

interasse: $i=0.5\text{m}$

$g_{k, tv} = 4.5 \times 0.16 \times 0.16 = 0.12 \text{ kN/m}$ peso proprio travetti

Combinazione di carico di media durata (con carico d'esercizio):

Classe di servizio 1, $k_{mod} = 0.8$; $k_{def} = 0.6$

Combinazione di carico permanente (solo carichi permanenti):

Classe di servizio 1, $k_{mod} = 0.6$

Coefficiente parziale di sicurezza: $\gamma_m = 1.45$

Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo - combinazione di media durata

$$q_p = g_{k, sov} \cdot i + g_{k, tv} = 0.23 \cdot 0.5 + 0.12 = 0.24 \text{ kN/m} \quad \text{carico permanente}$$

$$q_a = q_k \cdot i = 2.0 \cdot 0.5 = 1.00 \text{ kN/m} \quad \text{carico accidentale}$$

$$q_{slu} = \gamma_g \cdot q_p + \gamma_q \cdot q_a = 1.4 \cdot 0.24 + 1.5 \cdot 1.00 = 1.84 \text{ kN/m}$$

Verifica a flessione:

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_m} = 0.8 \cdot \frac{24}{1.45} = 13.24 \text{ N/mm}^2 \quad \text{resistenza di progetto a flessione}$$

$$M_{max} = q_{slu} \cdot \frac{l^2}{8} = 1.84 \cdot \frac{4^2}{8} = 3.66 \text{ kNm} \quad \text{massimo momento sollecitante}$$

$$\sigma_{max} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot M_{max}}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 3.66}{160 \cdot 160^2} = 5.36 \text{ N/mm}^2 < f_{md} \quad \text{verificato}$$

Verifica a taglio

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_m} = 0.8 \cdot \frac{2.7}{1.45} = 1.49 \text{ N/mm}^2 \quad \text{resistenza di progetto a taglio}$$

$$T_{max} = q_{slu} \cdot \frac{l}{2} = 1.84 \cdot \frac{4}{2} = 3.66 \text{ kN} \quad \text{massimo taglio sollecitante}$$

$$\tau_{\max} = 1.5 \cdot \frac{T_{\max}}{b \cdot h} = 1.5 \cdot \frac{3.66}{160 \cdot 160} = 0.21 \text{ N/mm}^2 < f_{v,d}$$

verificato

Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo per carichi permanenti

$$q_{slu} = \gamma_g \cdot q_p = 1.4 \cdot 0.24 = 0.34 \text{ kN/m}$$

Verifica a flessione:

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_m} = 0.6 \cdot \frac{24}{1.45} = 9.93 \text{ N/mm}^2 \quad \text{resistenza di progetto a flessione}$$

$$M_{\max} = q_{slu} \cdot \frac{l^2}{8} = 0.34 \cdot \frac{4^2}{8} = 0.66 \text{ kNm} \quad \text{massimo momento sollecitante}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot M_{\max}}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 0.66}{160 \cdot 160^2} = 1.00 \text{ N/mm}^2 < f_{m,d}$$

verificato

Verifica a taglio:

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_m} = 0.6 \cdot \frac{2.7}{1.45} = 1.12 \text{ N/mm}^2 \quad \text{resistenza di progetto a taglio}$$

$$T_{\max} = q_{slu} \cdot \frac{l}{2} = 0.34 \cdot \frac{4}{2} = 0.68 \text{ kN} \quad \text{massimo taglio sollecitante}$$

$$\tau_{\max} = 1.5 \cdot \frac{T_{\max}}{b \cdot h} = 1.5 \cdot \frac{0.68}{160 \cdot 160} = 0.04 \text{ N/mm}^2 < f_{v,d}$$

verificato

Verifiche di deformabilità allo Stato Limite di Esercizio

$$t=0; f_{amm} = l/500 = 4000/500 = 8.0 \text{ mm}$$

$$t=\infty; f_{amm} = l/350 = 4000/350 = 11.4 \text{ mm}$$

La freccia si calcola utilizzando la combinazione di carico rara, tuttavia bisogna distinguere il contributo deformativo dato dai carichi permanenti e quasi permanenti $g_k + \psi_2 q_k$ (combinazione quasi permanente) che è soggetto ad incremento per deformazioni viscose, dal contributo dei carichi che agiscono per breve periodo $(1 - \psi_2)q_k$ che non è soggetto ad incremento viscoso.

$$\text{combinazione rara } q = q_p + q_a = q_p + \psi_{2i} \cdot q_a + (1 - \psi_{2i}) \cdot q_a$$

$$\text{ponendo } q_{qp} = q_p + \psi_{2i} \cdot q_a = 0.24 + 0.3 \cdot 1.00 = 0.54 \text{ kN/m}$$

$$\text{e } q_{br} = (1 - \psi_{2i}) \cdot q_a = (1 - 0.3) \cdot 1.00 = 0.70 \text{ kN/m si ha:}$$

$$\text{combinazione rara } q = q_{qp} + q_{br} = 0.54 + 0.70 = 1.24 \text{ kN/m}$$

Verifica a tempo zero:

$$f_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot q \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot b \cdot h^3} + \chi \cdot \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot G_{mean} \cdot b \cdot h}$$

$$= \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot 1.24 \cdot 4000^4}{11600 \cdot 160 \cdot 160^3} + 1.2 \cdot \frac{1.24 \cdot 4000^2}{8 \cdot 720 \cdot 160 \cdot 160} = 6.52 + 0.16 = 6.68 \text{ mm} < f_{amm}$$

verificato

Verifica a tempo infinito:

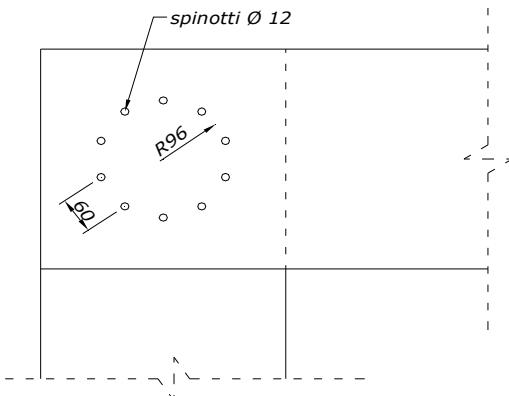
$$\begin{aligned}
 f_{\text{inf}} &= \left(\frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot q_{\text{qp}} \cdot l^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3} + \chi \cdot \frac{q_{\text{qp}} \cdot l^2}{8 \cdot G_{\text{mean}} \cdot b \cdot h} \right) \cdot (1 + K_{\text{def}}) + \\
 &\quad \left(\frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot q_{\text{br}} \cdot l^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3} + \chi \cdot \frac{q_{\text{br}} \cdot l^2}{8 \cdot G_{\text{mean}} \cdot b \cdot h} \right) = \\
 &\quad \left\{ \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot l^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3} + \chi \cdot \frac{l^2}{8 \cdot G_{\text{mean}} \cdot b \cdot h} \right\} \cdot \{q_p \cdot (1 + K_{\text{def}}) + q_a \cdot (1 + \psi_2 \cdot K_{\text{def}})\} \\
 &= \left\{ \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot 4000^4}{11600 \cdot 160 \cdot 160^3} + 1.2 \cdot \frac{4000^2}{8 \cdot 720 \cdot 160 \cdot 160} \right\} \cdot \{0.24 \cdot (1 + 0.6) + 1.00 \cdot (1 + 0.3 \cdot 0.6)\} \\
 &= 8.23 + 0.20 = 8.43 \text{ mm} \quad < f_{\text{amm}} \quad \text{verificato}
 \end{aligned}$$

Sezione trasversale: telai - verifica statica

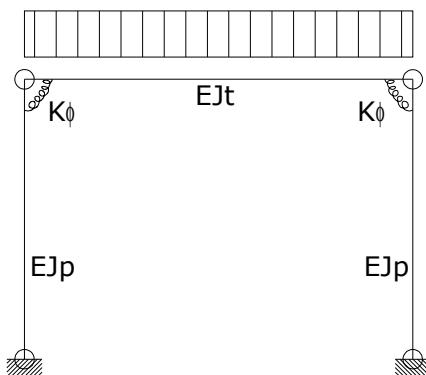
Il telaio è composto da pilastri con sezione 100x360 e travi formate da due profili accoppiati 100x360.

La larghezza di influenza di ciascun telaio è $i_T=2m$ e la luce è $L=4m$.

Il giunto trave pilastro è realizzato con 10 spinotti $\Phi 12$ di acciaio S235 ($f_u = 360\text{N/mm}^2$) posti su una circonferenza di raggio 96mm a spaziatura 60mm; sono presenti due sezioni di taglio per ogni spinotto.



Per la soluzione dei telaio è necessario considerare la reale deformabilità dei giunti; ci si riconduce dunque ad uno schema tipo quello riportato in figura:



$$g_{k,tr} = 2 \times (4.5 \times 0.10 \times 0.36) = 0.32 \text{ kN/m} \quad \text{peso proprio trave}$$

Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo

$$q_p = \{g_{k,sov} + g_{k,tv}/i_{tv}\} \cdot i + g_{k,tr} = \{0.23 + 0.12/0.5\} \cdot 2.00 + 0.32 = 1.26 \text{ kN/m}$$

carico permanente

$$q_a = q_k \cdot i = 2.00 \cdot 2.00 = 4.00 \text{ kN/m}$$

carico accidentale

$$q_{slu} = \gamma_g \cdot q_p + \gamma_q \cdot q_a = 1.4 \cdot 1.26 + 1.5 \cdot 4.00 = 7.76 \text{ kN/m}$$

Fase 1: nodi resi rigidi dall'introduzione di vincoli ausiliari

$$M(I) = \frac{q_{slu} \cdot L^2}{12} = \frac{7.76 \cdot 4^2}{12} = 10.35 \text{ kNm}$$

momento di incastro perfetto

Fase 2: applicazione del momento di incastro cambiato di segno e ripartizione in base alla rigidezza degli elementi.

$$k_{ser} = \frac{\rho_m^{1.5} \cdot d}{23} = \frac{420^{1.5} \cdot 12}{23} = 4491 \text{ N/mm}$$

$$k_u = \frac{2}{3} \cdot k_{ser} = \frac{2}{3} \cdot 4491 = 2994 \text{ N/mm}$$

Per una rotazione ϕ del giunto, gli spostamenti in direzione tangente alla circonferenza sono:

$$u_i = \phi \times r$$

a cui corrispondono le forze:

$$F_i = k_u \times u_i = k_u \times \phi \times r$$

Il momento corrispondente alla rotazione ϕ vale:

$$M_\phi = 2 \cdot n \cdot F_i \cdot r = 2 \cdot n \cdot k_u \cdot \phi \cdot r^2 = 2 \cdot 10 \cdot 2994 \cdot \phi \cdot 96^2$$

Dunque la rigidezza alla rotazione del giunto è:

$$K_{\phi,u} = M_\phi / \phi = 2 \cdot n \cdot k_u \cdot r^2 = 2 \cdot 10 \cdot 2994 \cdot 96^2 = 0.552 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Bisogna considerare gli effetti della viscosità riducendo le caratteristiche elastiche nel seguente modo:

$$E_{0,fin} = \frac{E_0}{1 + \Psi_2 \cdot k_{def}} = \frac{11600}{1 + 0.3 \cdot 0.6} = 9831 \text{ N/mm}^2$$

$$K_{\phi,u,fin} = \frac{K_{\phi,u}}{1 + \Psi_2 \cdot k_{def}} = \frac{0.552 \cdot 10^9}{1 + 0.3 \cdot 2 \cdot 0.6} = 0.406 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Si considera che il pilastro e il giunto lavorino in serie; si ricava dunque una rigidezza equivalente da assegnare al pilastro che entrerà in gioco nella ripartizione del momento di incastro:

$$R_p = \frac{3 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{3 \cdot 9831 \cdot \frac{100 \cdot 360^3}{12}}{3000} = 3.82 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_{p,eq} = \frac{1}{\frac{I_p}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{1}{K_{\phi,u}}} = \frac{1}{\frac{1}{3.82 \cdot 10^9} + \frac{1}{0.406 \cdot 10^9}} = 0.367 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_t = \frac{2 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{2 \cdot 9831 \cdot \frac{200 \cdot 360^3}{12}}{4000} = 3.82 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Coefficienti di ripartizione:

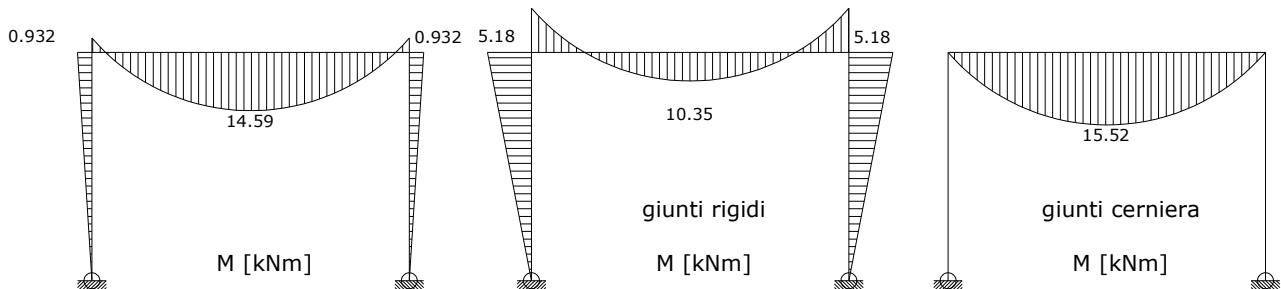
$$r_{p,eq} = 0.367 / (0.367 + 3.82) = 0.09$$

$$r_t = 3.82 / (0.367 + 3.82) = 0.91$$

$$M_p = M(l) \times r_{p,eq} = 10.35 \times 0.09 = 0.932 \text{ kN/m}$$

$$M_t = M(I)x_r = 10.35 \times 0.91 = 9.42 \text{ kN/m}$$

$$M_{\max,t} = \frac{q_{\text{slu}} \cdot L^2}{24} + M_t = \frac{7.76 \cdot 4^2}{24} + 9.42 = 5.17 + 9.42 = 14.59 \text{ kNm} \quad ^1$$



Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo trave - combinazione di media durata

Verifica a flessione:

$$f_{m,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_m} = 0.8 \cdot \frac{24}{1.45} = 13.24 \text{ N/mm}^2 \quad \text{resistenza di progetto a flessione}$$

$$\sigma_{\max,t} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot M_{\max}}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 14.59 \cdot 10^6}{200 \cdot 360^2} = 3.38 \text{ N/mm}^2 < f_{m,d} \quad \text{verificato}$$

Verifica a taglio

$$f_{v,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_m} = 0.8 \cdot \frac{2.7}{1.45} = 1.49 \text{ N/mm}^2 \quad \text{resistenza di progetto a taglio}$$

$$T_{\max} = q_{\text{slu}} \cdot \frac{L}{2} = 7.76 \cdot \frac{4}{2} = 15.52 \text{ kN} \quad \text{massimo taglio sollecitante}$$

$$\tau_{\max} = 1.5 \frac{T_{\max}}{b \cdot h} = 1.5 \frac{15.52 \cdot 10^3}{200 \cdot 360} = 0.32 \text{ N/mm}^2 < f_{vd} \quad \text{verificato}$$

Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo unione - combinazione di media durata

La resistenza a taglio della singola sezione resistente è:

$$M_{y,Rk} = 0.3 \times f_{u,k} \times \chi \phi^{2.6} = 0.3 \times 360 \times 12^{2.6} = 69071 \text{ Nmm}$$

$$f_{h,1,k} = f_{h,0,k} = 0.082 \times (1 - 0.01 \times \chi \phi) \times \chi \phi = 0.082 \times (1 - 0.01 \times 12) \times 380 = 27.4 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{h,2,k} = f_{h,90,k} = f_{h,0,k} / (1.35 + 0.015 \times \chi \phi) = 27.4 / (1.35 + 0.015 \times 12) = 17.9 \text{ N/mm}^2$$

1 Se avessimo considerato la connessione infinitamente rigida allora avremmo avuto:

$$r_p = r_t = 3.82 / (3.82 + 3.82) = 0.50$$

$$M_p = M_t = M(I)x_r = 10.35 \times 0.50 = 5.18 \text{ kN/m}$$

$$M_{\max,t} = \frac{q_{\text{slu}} \cdot L^2}{24} + M_t = \frac{7.76 \cdot 4^2}{24} + 5.18 = 5.17 + 5.18 = 10.35 \text{ kNm}$$

$$\text{Il momento di trave appoggiata è } M_{\max,t} = \frac{q_{\text{slu}} \cdot L^2}{8} = 15.52 \text{ kNm}$$

quindi il comportamento del giunto è più vicino alla cerniera che all'incastro.

$$\beta = f_{h,2,k}/f_{h,1,k} = 17.9/27.4 = 0.653$$

Si omette il calcolo di tutti i modi di rottura, nel caso specifico il modo di rottura è "k"

$$F_{v,Rk} = 1.15 \cdot \sqrt{2 \frac{\beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot \phi}$$

$$= 1.15 \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{0.653}{1+0.653}} \cdot \sqrt{2 \cdot 69071 \cdot 27.4 \cdot 12} = 6894N$$

considerando due spinotti allineati $n_{ef} = n^{0.9} \sqrt{\frac{a_1}{13 \cdot \phi}} = 2^{0.9 \cdot 4} \sqrt{\frac{60}{13 \cdot 12}} = 1.470$

$$n_{ef}/n = 1.470/2 = 0.735$$

$$F_{v,Rd} = n_{ef}/n \cdot \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_m} = 0.735 \cdot \frac{0.8 \cdot 6894}{1.5} = 2703N$$

Lo sforzo allo SLU sulla singola sezione resistente è:

$$F_{v,d} = \frac{M_p}{2 \cdot n \cdot r} + \frac{T}{2 \cdot n} = \frac{0.932 \cdot 10^6}{2 \cdot 10 \cdot 96} + \frac{15.52 \cdot 10^3}{2 \cdot 10} = 485 + 776 = 1261N < F_{v,r,d} \quad \text{verificato}$$

Le verifiche di resistenza allo SLU andrebbero ripetute anche per la combinazione di carico permanente.

Verifiche di deformabilità allo Stato Limite di Esercizio

$$t=0; f_{amm} = l/500 = 4000/500 = 8.0mm$$

$$t=\infty; f_{amm} = l/350 = 4000/350 = 11.4mm$$

La freccia si calcola utilizzando la combinazione di carico rara, tuttavia bisogna distinguere il contributo deformativo dato dai carichi permanenti e quasi permanenti $g_k + \psi_2 q_k$ (combinazione quasi permanente) che è soggetto ad incremento per deformazioni viscose, dal contributo dei carichi che agiscono per breve periodo $(1 - \psi_2)q_k$ che non è soggetto ad incremento viscoso.

$$\text{combinazione rara } q = q_p + q_a = 5.26kN/m$$

Verifica a tempo zero:

Fase 1: nodi resi rigidi dall'introduzione di vincoli ausiliari

$$M(l) = \frac{q_{sle} \cdot L^2}{12} = \frac{5.26 \cdot 4^2}{12} = 7.01kNm \quad \text{momento di incastro perfetto}$$

Fase 2: applicazione del momento di incastro cambiato di segno e ripartizione in base alla rigidezza degli elementi.

Nel calcolo allo SLE bisogna ricalcolare il portale considerando il k_{ser} delle connessioni, pertanto:

$$K_{\phi,ser} = 2 \cdot n \cdot k_{ser} \cdot r^2 = 2 \cdot 10 \cdot 4491 \cdot 96^2 = 0.828 \cdot 10^9 Nmm/rad$$

Si considera che il pilastri e il giunto lavorino in serie; si ricava dunque una rigidezza equivalente da assegnare al pilastro che entrerà in gioco nella ripartizione del momento di incastro:

$$R_p = \frac{3 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{3 \cdot 11600 \cdot \frac{100 \cdot 360^3}{12}}{3000} = 4.51 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_{p,eq} = \frac{1}{\frac{I_p}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{1}{K_{\phi,ser}}} = \frac{1}{\frac{1}{4.51 \cdot 10^9} + \frac{1}{0.828 \cdot 10^9}} = 0.700 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_t = \frac{2 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{2 \cdot 11600 \cdot \frac{200 \cdot 360^3}{12}}{4000} = 4.51 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Coefficienti di ripartizione:

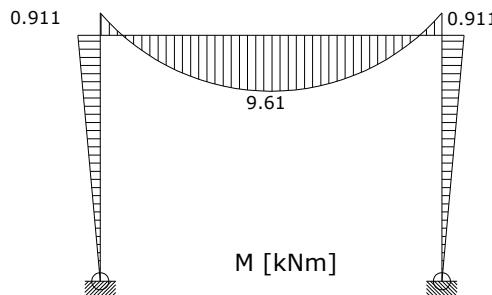
$$r_{p,eq} = 0.700 / (0.700 + 4.51) = 0.13$$

$$r_t = 4.51 / (0.700 + 4.51) = 0.87$$

$$M_p = M(l) \cdot r_{p,eq} = 7.01 \times 0.13 = 0.91 \text{ kN/m}$$

$$M_t = M(l) \cdot r_t = 7.01 \times 0.87 = 6.10 \text{ kN/m}$$

$$M_{max,t} = \frac{q_{sle} \cdot L^2}{24} + M_t = \frac{5.26 \cdot 4^2}{24} + 6.10 = 3.51 + 6.10 = 9.61 \text{ kNm}$$



$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot q \cdot l^4}{E_{0,mean} \cdot b \cdot h^3} - M_p \frac{12 \cdot L^2}{8 \cdot E \cdot b \cdot h^3} + \chi \cdot \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot G_{mean} \cdot b \cdot h} \\ &= \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot 5.26 \cdot 4000^4}{11600 \cdot 200 \cdot 360^3} - 0.91 \cdot 10^6 \cdot \frac{12 \cdot 4000^2}{8 \cdot 11600 \cdot 200 \cdot 360^3} + 1.2 \cdot \frac{5.26 \cdot 4000^2}{8 \cdot 720 \cdot 200 \cdot 360} \\ &= 1.94 - 0.20 + 0.24 = 2.38 \text{ mm} < f_{amm} \end{aligned}$$

verificato

Verifica a tempo infinito:

Nella fase 2 si considerano i valori delle caratteristiche elastiche ridotte dal k_{def} . Bisogna considerare gli effetti della viscosità riducendo le caratteristiche elastiche nel seguente modo:

$$E_{0,fin} = \frac{E_0}{1 + k_{def}} = \frac{11600}{1 + 0.6} = 7250 \text{ N/mm}^2$$

$$G_{fin} = \frac{G}{1 + k_{def}} = \frac{720}{1 + 0.6} = 450 \text{ N/mm}^2$$

$$K_{\phi, \text{ser,fin}} = \frac{K_{\phi, \text{ser}}}{1+k_{\text{def}}} = \frac{0.828 \cdot 10^9}{1+2 \cdot 0.6} = 0.376 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Si considera che il pilastro e il giunto lavorino in serie; si ricava dunque una rigidezza equivalente da assegnare al pilastro che entrerà in gioco nella ripartizione del momento di incastro:

$$R_p = \frac{3 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{3 \cdot 7250 \cdot \frac{100 \cdot 360^3}{12}}{3000} = 2.82 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_{p, \text{eq}} = \frac{1}{\frac{I_p}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{1}{K_{\phi, \text{ser}}}} = \frac{1}{\frac{1}{2.82 \cdot 10^9} + \frac{1}{0.376 \cdot 10^9}} = 0.332 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_t = \frac{2 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{2 \cdot 7250 \cdot \frac{200 \cdot 360^3}{12}}{4000} = 2.82 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Coefficienti di ripartizione:

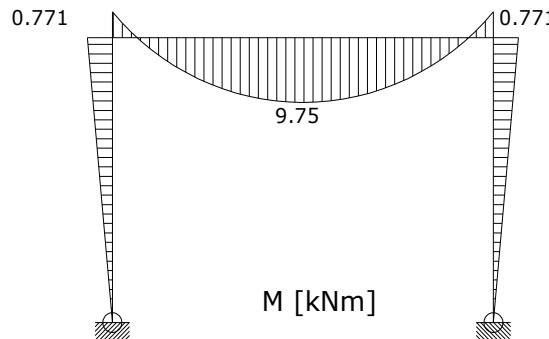
$$r_{p, \text{eq}} = 0.332 / (0.332 + 2.82) = 0.11$$

$$r_t = 2.82 / (0.332 + 2.82) = 0.89$$

$$M_p = M(I) \cdot r_{p, \text{eq}} = 7.01 \cdot 0.11 = 0.771 \text{ kNm/m}$$

$$M_t = M(I) \cdot r_t = 7.01 \cdot 0.89 = 6.24 \text{ kNm/m}$$

$$M_{\text{max},t} = \frac{q_{\text{sls}} \cdot L^2}{24} + M_t = \frac{5.26 \cdot 4^2}{24} + 6.24 = 3.51 + 6.24 = 9.75 \text{ kNm}$$



$$\begin{aligned}
 f_0 &= \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot q \cdot I^4}{E_{0, \text{mean}} \cdot b \cdot h^3} - M_p \cdot \frac{12 \cdot L^2}{8 \cdot E \cdot b \cdot h^3} + \chi \cdot \frac{q \cdot I^2}{8 \cdot G_{\text{mean}} \cdot b \cdot h} \\
 &= \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot 5.26 \cdot 4000^4}{7250 \cdot 200 \cdot 360^3} - 0.771 \cdot 10^6 \cdot \frac{12 \cdot 4000^2}{8 \cdot 7250 \cdot 200 \cdot 360^3} + 1.2 \cdot \frac{5.26 \cdot 4000^2}{8 \cdot 450 \cdot 200 \cdot 360} \\
 &= 3.11 - 0.27 + 0.39 = 3.77 \text{ mm} < f_{\text{amm}}
 \end{aligned}$$

verificato

Sezione trasversale: telai - verifica sismica

Non effettuando il calcolo del periodo proprio, si assume l'ordinata massima dello spettro di progetto pari a $S_e = a_g \times S = 0.195g \times 1.422 = 0.278g$

La massa sismica dell'impalcato è:

$$\text{peso pilastro } p_p = 4.5 \times 0.10 \times 0.36 \times 3.00 = 0.49 \text{ kN}$$

$$m_g = \{g_{k,sov} + g_{k,rv}/i_{tv} + g_{k,tr}/i_t\} \cdot I \cdot L + \frac{p_p \cdot 4}{2} = \{0.23 + 0.12/0.5 + 0.32/2.0\} \cdot 4.00 \cdot 4.00 + \frac{0.49 \cdot 4}{2} = 11.1 \text{ kN} \quad \text{carico permanente}$$

$$m_a = q_k \cdot I \cdot L = 2.00 \cdot 4.00 \cdot 4.00 = 32.0 \text{ kN} \quad \text{carico accidentale}$$

$$m_{sis} = m_p + \psi_2 \cdot m_a = 11.1 + 0.3 \cdot 32.0 = 20.7 \text{ kN}$$

La forza sismica di piano vale $F_{sis} = 20.7 \times 0.278 = 5.75 \text{ kN}$

Lo sforzo su ciascun portale della coppia, considerando anche l'eccentricità accidentale del 5%, vale:

$$F = \frac{5.75}{2} \times (1 + 2 \times 0.05) = 3.17 \text{ kN}$$

Il momento massimo sul pilastro vale:

$$M_{p,sis} = 3.17 \times 3.00 / 2 = 4.76 \text{ kNm}$$

A questo va aggiunto il momento derivante dal carico statico allo SLU sismico

$$q_p = \{g_{k,sov} + g_{k,rv}/i_{tv}\} \cdot i + g_{k,tr} = \{0.23 + 0.12/0.5\} \cdot 2.00 + 0.32 = 1.26 \text{ kN/m} \quad \text{carico permanente}$$

$$q_a = q_k \cdot i = 2.00 \cdot 2.00 = 4.00 \text{ kN/m} \quad \text{carico accidentale}$$

$$q_{slu,sis} = q_p + \psi_2 \cdot q_a = 1.26 + 0.3 \cdot 4.00 = 2.46 \text{ kN/m}$$

Fase 1: nodi resi rigidi dall'introduzione di vincoli ausiliari

$$M(I) = \frac{q_{slu} \cdot L^2}{12} = \frac{2.46 \cdot 4^2}{12} = 3.28 \text{ kNm} \quad \text{momento di incastro perfetto}$$

Fase 2: applicazione del momento di incastro cambiato di segno e ripartizione in base alla rigidezza degli elementi.

Nel calcolo allo SLU bisogna ricalcolare il portale considerando il k_u delle connessioni, pertanto:

$$K_{\phi,u} = 0.552 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Si considera che il pilastro e il giunto lavorino in serie; si ricava dunque una rigidezza equivalente da assegnare al pilastro che entrerà in gioco nella ripartizione del momento di incastro:

$$R_p = \frac{3 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{3 \cdot 11600 \cdot \frac{100 \cdot 360^3}{12}}{3000} = 4.51 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_{p,eq} = \frac{1}{\frac{I_p}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{1}{K_{\phi,u}}} = \frac{1}{\frac{1}{4.51 \cdot 10^9} + \frac{1}{0.552 \cdot 10^9}} = 0.492 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

$$R_t = \frac{2 \cdot E \cdot J_p}{I_p} = \frac{2 \cdot 11600 \cdot \frac{200 \cdot 360^3}{12}}{4000} = 4.51 \cdot 10^9 \text{ Nmm/rad}$$

Coefficienti di ripartizione:

$$r_{p,eq} = 0.492 / (0.492 + 4.51) = 0.10$$

$$r_t = 4.51 / (0.492 + 4.51) = 0.90$$

$$M_p = M(I) \cdot r_{p,eq} = 3.28 \cdot 0.10 = 0.328 \text{ kN/m}$$

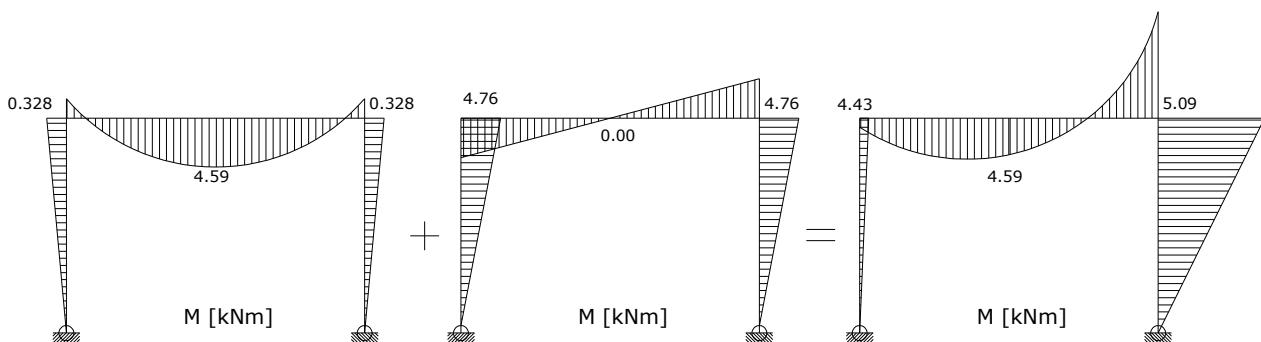
$$M_t = M(I) \cdot r_t = 3.28 \cdot 0.90 = 2.95 \text{ kN/m}$$

Sommiamo i due diagrammi:

$$M_{max,t} = \frac{q_{slu} \cdot L^2}{24} + M_t + 0 = \frac{2.46 \cdot 4^2}{24} + 2.95 + 0 = 1.64 + 2.95 = 4.59 \text{ kNm} \text{ in mezzeria}$$

$$M_{max,t,dx} = M_p + M_{p,sis} = 0.328 + 4.76 = 5.09 \text{ kNm}$$

$$M_{max,t,sx} = M_p - M_{p,sis} = 0.328 - 4.76 = -4.43 \text{ kNm}$$



Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo trave - combinazione di media durata

Verifica a flessione:

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_m} = 1.0 \cdot \frac{24}{1.45} = 16.55 \text{ N/mm}^2 \text{ resistenza di progetto a flessione}$$

$$\sigma_{max,t} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot M_{max}}{b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot 9.48 \cdot 10^6}{200 \cdot 360^2} = 2.19 \text{ N/mm}^2 < f_{m,d} \quad \text{verificato}$$

Verifica a taglio

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_m} = 1.0 \cdot \frac{2.7}{1.45} = 1.86 \text{ N/mm}^2 \text{ resistenza di progetto a taglio}$$

$$T_{max} = q_{slu} \cdot \frac{L}{2} = 2.46 \cdot \frac{4}{2} = 4.92 \text{ kN} \text{ massimo taglio sollecitante}$$

$$\tau_{\max} = 1.5 \frac{T_{\max}}{b \cdot h} = 1.5 \frac{4.92 \cdot 10^3}{200 \cdot 360} = 0.07 \text{ N/mm}^2 < f_{vd}$$

verificato

Verifiche di resistenza allo Stato Limite Ultimo unione - combinazione di media durata

La resistenza a taglio della singola sezione resistente è:

$$F_{v,Rd} = n_{ef}/n \cdot \frac{k_{mod} \cdot F_{v,Rk}}{\gamma_m} = 0.735 \cdot \frac{1.0 \cdot 6894}{1.5} = 3378 \text{ N}$$

Nel calcolo dello sforzo sulla singola sezione resistente, a favore di sicurezza, si sommano i valori assoluti delle singole componenti, pertanto lo sforzo allo SLU sulla singola sezione resistente è:

$$\begin{aligned} T_p &= F/2 = 3.17/2 = 1.59 \text{ kN} \quad \text{taglio sul pilastro} \\ F_{v,d} &= \frac{M_p}{2 \cdot n \cdot r} + \frac{T}{2 \cdot n} + \frac{T_p}{3 \cdot n} = \frac{0.328 \cdot 10^6}{2 \cdot 10 \cdot 96} + \frac{4.92 \cdot 10^3}{2 \cdot 10} + \frac{1.59 \cdot 10^3}{2 \cdot 10} \\ &= 171 + 246 + 80 = 497 \text{ N} < F_{v,r,d} \end{aligned}$$

verificato