



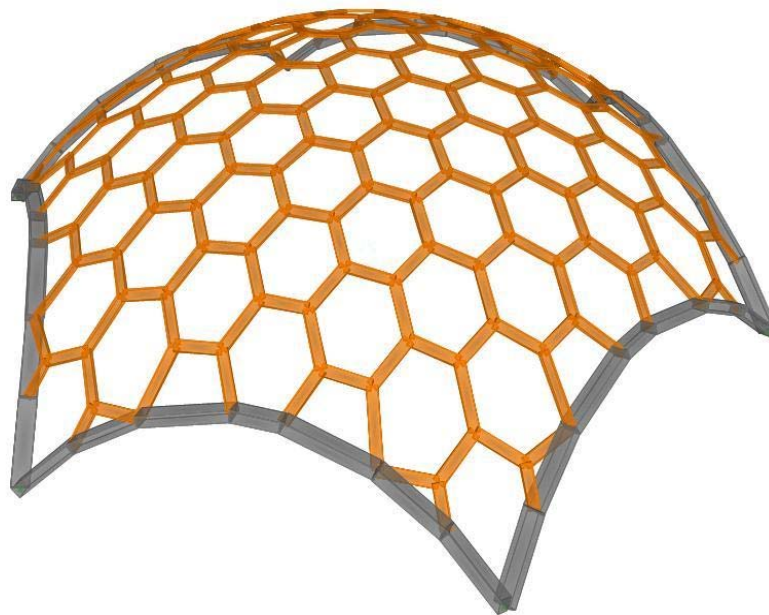
**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE  
FACOLTA' DI INGEGNERIA**

**LAUREA SPECIALISTICA IN INGEGNERIA CIVILE**

**ANNO ACCADEMICO 2007/2008**

**TESI DI LAUREA:**

**“COPERTURE DI GRANDE LUCE IN LEGNO LAMELLARE: PROGETTO  
STRUTTURALE CON GLI EUROCODICI DELLA COPERTURA DI UN  
PALAZZETTO DELLO SPORT POLIVALENTE”**



**RELATORI:**

**Prof. Ing. Paolo Spinelli   Prof. Ing. Maurizio Orlando   Ing. Marco Pio Lauriola**

**CANDIDATI:**

**Fabrizio Pucci**  
**fabpucci@yahoo.it**

**Matteo Salleolini**  
**matteo.salleolini@email.it**

<b>1. LE CUPOLE GEODETICHE DI FULLER .....</b>	<b>2</b>
1.1 – ANALISI GEOMETRICA .....	2
<b>2. STUDIO DI UNA CUPOLA GEODETICA A Pianta ESAGONALE .....</b>	<b>6</b>
2.1 – MODELLO DEFINITIVO .....	13
2.2 – ANALISI DEL NUMERO DELLE ASTE DI LUNGHEZZA DIVERSA .....	16
<b>3. STUDIO DI UNA CUPOLA A MAGLIE ESAGONALE .....</b>	<b>18</b>
<b>4. PROGETTO STRUTTURALE DELLA COPERTURA A MAGLIA ESAGONALE .....</b>	<b>26</b>
4.1 – MATERIALI .....	26
4.2 – CALCOLO DELLE AZIONI SULLA STRUTTURA .....	31
4.3 – VERIFICHE STRUTTURALI SECONDO GLI EUROCODICI .....	37
4.3 – CALCOLI E VERIFICHE .....	53
4.3 – CONCLUSIONI .....	55

# 1. LE CUPOLE GEODETICHE DI FULLER

Una **cupola geodetica** è una struttura composta da una rete di aste i cui vertici giacciono su cerchi massimi (geodetiche). Le geodetiche si intersecano formando elementi triangolari che giacciono approssimativamente sulla superficie di una sfera; i triangoli sono tutti molto simili tra loro ed essendo rigidi garantiscono indeformabilità locale, mentre le geodetiche formate dai loro lati dissipano gli sforzi sull'intera struttura. Quando la struttura forma una sfera completa viene detta "sfera geodetica".

## 1.1 - Analisi geometrica

La cupola geodetica, brevetto 2.682.235 del 29 Giugno 1954, è una struttura spaziale basata sulla simmetria bi-tri-quinaria o icosaedrica e nasce dalla ripartizione delle facce dell'icosaedro in modo che ogni punto di vertice appartenga alla superficie della sfera circoscritta. Data l'impossibilità di ottenere nella divisione sferica oltre *venti triangoli sferici equilateri* la suddivisione ulteriore deve essere modulata, per avere un reticolo regolare di aste, secondo sezioni di uguale valore il cui numero o frequenza è in funzione delle condizioni dimensionali e statiche a cui la struttura è sottoposta. La suddivisione dei triangoli sferici può avvenire mediante il prolungamento dei lati dei triangoli adiacenti. Il reticolo a maglia triangolare così ottenuto si compone di elementi di differente lunghezza il cui grado di variabilità cresce con il crescere della frequenza di ripartizione. La "frequenza" della cupola geodetica rappresenta il numero di volte in cui la "faccia poliedrica" è stata suddivisa dopo essere stata proiettata sulla superficie interna della sfera: in questo contesto la indicheremo con " $f$ ". In quest'ottica, nel caso ad esempio di una cupola derivata da un icosaedro, si trova l'icosaedro semplice (1  $f$ ) oppure l'icosaedro in cui ogni faccia triangolare è composta da 4 facce triangolari più piccole (2  $f$ ), oppure 9 facce più piccole (3  $f$ ). La regola generale è che il numero di triangoli all'interno di ogni faccia è pari al quadrato della frequenza  $f$ .

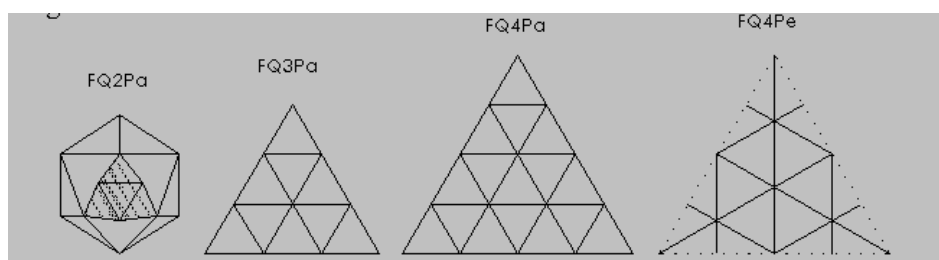


Figura 1 - "Frequenza" della cupola geodetica

Per approssimare nel modo migliore una sfera, si cambia la lunghezza dei segmenti interni di ogni faccia, in modo che si portino verso l'esterno, cioè più vicini all'idea della sfera. Per ottenere una sfera approssimata, avremo bisogno di corde di diverse lunghezze (ad esempio per una cupola "5 f" sono necessarie 9 diverse lunghezze di corda). Il problema, quindi, è di trovare la lunghezza di questi segmenti, che in geometria si chiamano "corde".

Una corda è calcolata in funzione del raggio una volta che si conosce l'angolo al centro della corda (cioè l'angolo formato dai due punti estremi della corda con il centro della sfera) attraverso relazioni di geometria sferica.

Una volta stabilito il solido di partenza (quasi sempre si sceglie l'icosaedro) e la frequenza, la lunghezza delle corde è proporzionale solo al raggio della cupola: è quindi possibile trovare dei coefficienti (detti "coefficienti di struttura") che moltiplicati per il raggio, forniscono direttamente la lunghezza di ogni elemento.

Volendo raggruppare i triangoli in facce esagonali è necessario, data l'impossibilità di dividere la superficie sferica unicamente in poligoni di tale genere, alternarli a 12 pentagoni (vedi Figura 3).

Nelle cupole a "doppio strato" il controventamento della maglia è generalmente ottenuto con il collegamento dei nodi mediante calastrelli ortogonali e con aste tese tra i nodi e il centro dell'esagono (vedi Figura 4).

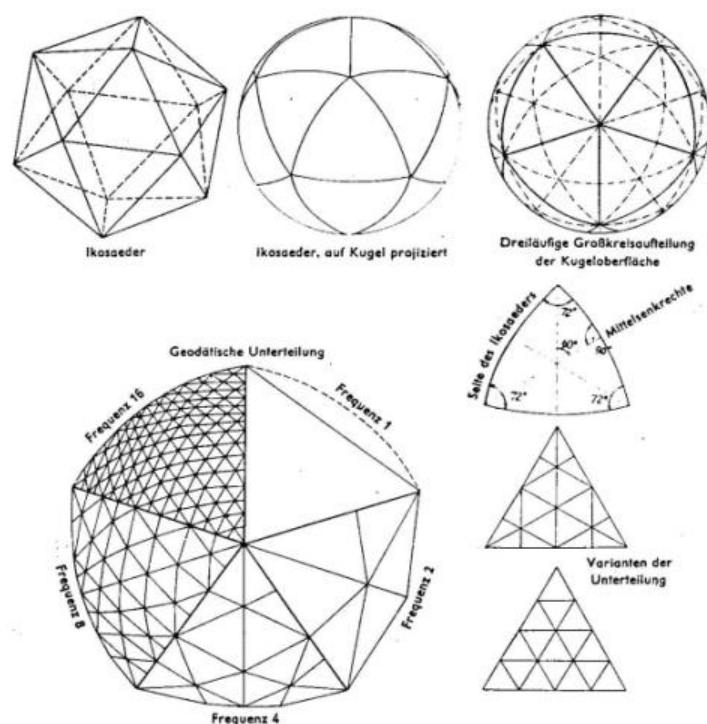


Figura 2 - Modi di suddivisione della sfera geodetica

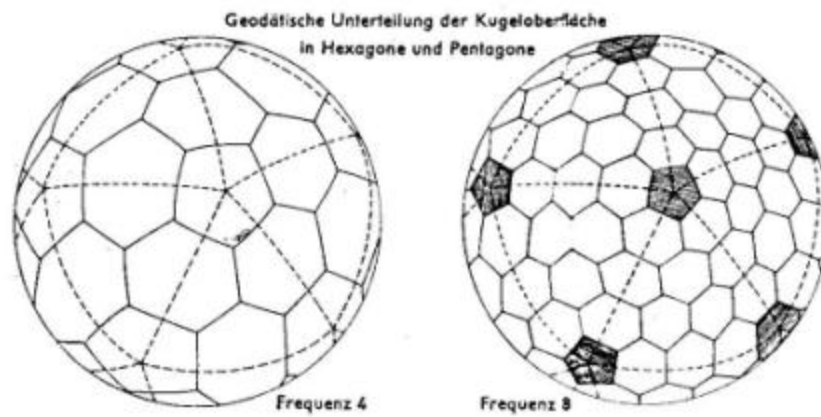
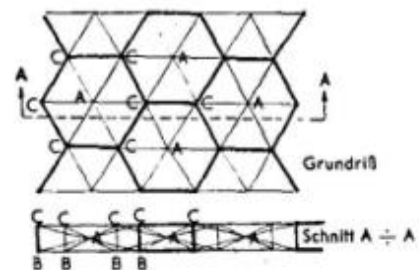
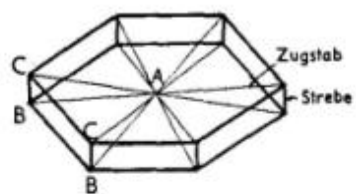
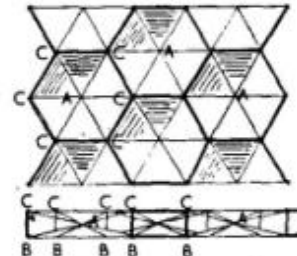
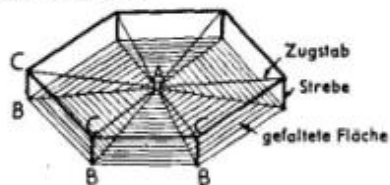


Figura 3 – Sfera geodetica a frequenza 4 (a sinistra) e a frequenza 8 (a destra)

1 Cleveland-Kuppel, 1958



2 Baton Rouge-Kuppel, 1951



3 Wood River-Kuppel, 1960

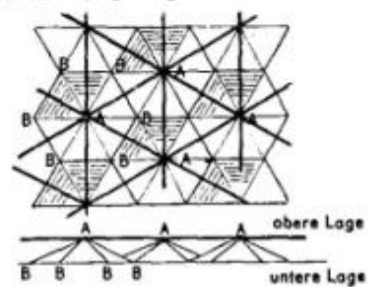
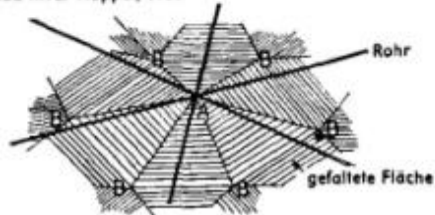


Figura 4 - Possibili soluzioni di grigliati geodetici a "doppio strato"

### Cupole a struttura reticolare

Le cupole *geodetiche* funzionano in modo ottimale quando la monta è ribassata (cioè quando l'altezza della cupola è minore di circa il 20% del diametro della circonferenza di base) al fine riuscire ad avere, per carichi simmetrici, aste tutte compresse. Queste strutture sono composte da maglie triangolari i cui lati appartengono alla superficie sferica come parti di cerchi massimi; non sono necessari tiranti di controventatura essendo la maglia triangolare (indeformabile) e tenendo presente il fatto che la cupola funziona come un vero sistema reticolare nello spazio resistente per forma.

I diametri massimi possono raggiungere lunghezze vicine ai 200 m.

## 2. STUDIO DI UNA CUPOLA GEODETICA A PIANTA ESAGONALE

Il progetto di una cupola geodetica è complesso poiché ogni volta occorre partire da zero in base alle dimensioni, alla forma, ai materiali che si vogliono utilizzare.

Risulta possibile realizzare cupole geodetiche di forma qualsiasi (che non rispettino la geometria classica, caratterizzata dal fatto di essere costituita da un numero di aste di lunghezza diversa limitato), purché curva e convessa; in questo caso però il numero di aste diverse risulterà notevolmente maggiore.

Di seguito è stato affrontato il dimensionamento di massima di una nuova copertura geodetica in legno lamellare sulla base di quella del palasport di Montecatini Terme, la quale è stata realizzata a maglie triangolari in acciaio a “doppio strato”. Tale struttura, alta 24.00 m, ha una pianta esagonale regolare di lato 44.50 m inscritta in una circonferenza di 89.00 m di diametro. La superficie totale coperta è 5145.00 m<sup>2</sup>.



Figura 5 - Interno del Palasport di Montecatini Terme (PT)

In fase preliminare di progettazione è stato deciso di mantenere invariate la geometria della pianta della copertura e l'altezza massima in sommità della struttura. Di nuova concezione è risultata invece la scelta della dimensione della maglia triangolare. Tale valutazione è stata compiuta nell'intento di ottenere il miglior compromesso possibile tra un numero limitato di nodi e dimensioni delle sezioni delle aste che fosse dell'ordine 0,24 m x 1,00 m. L'intento di contenere il numero dei nodi è dovuto al fatto che la tecnologia e la messa in opera delle unioni in questo tipo di strutture in legno lamellare rappresenta sicuramente una delle complicazioni maggiori e di conseguenza una voce dei costi consistente. Altra scelta preliminare è stata quella di progettare una cupola geodetica “monostrato” con altezza delle aste tutta uguale sempre per cercare di diminuire già “a monte” le problematiche sopra menzionate relative alla difficoltà esecutiva di realizzare le unioni.

Il primo passo progettuale è stato quello di realizzare un grigliato in due dimensioni a maglia triangolare equilatera all'interno della pianta esagonale e di proiettarlo sulla porzione di superficie sferica della cupola di raggio 53,255 m.

Tale operazione è stata eseguita per tre diverse lunghezze del lato del triangolo equilatero in pianta, pari rispettivamente a  $1/10$ ,  $1/14$  e  $1/16$  del diametro (89.0 m) della circonferenza che circoscrive la pianta esagonale.

Le cupole ottenute possono essere immaginate come grigliati a maglie triangolari le cui aste sono disposte su una calotta sferica tagliata da sei piani verticali posti in corrispondenza dei lati della pianta esagonale. Questa costruzione geometrica ha generato lungo il perimetro della porzione di calotta sferica una disposizione di aste tale da dare origine ad *archi parabolici verticali* di 44.5 m di luce e 7.23 m di freccia.

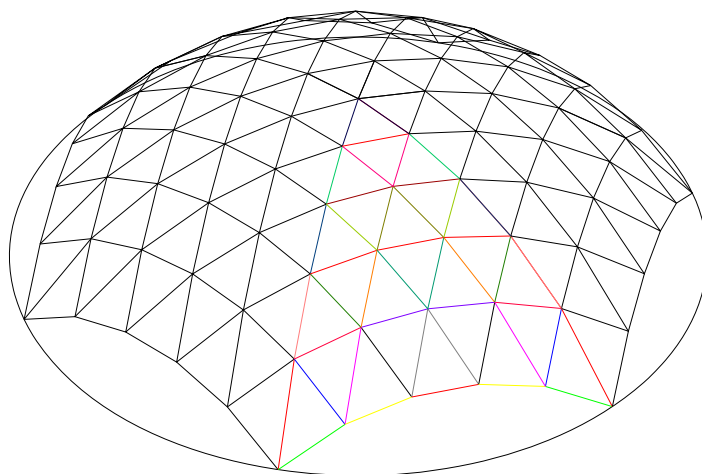


Figura 6 - Grigliato geodetico con maglia triangolare equilatera in pianta di lato pari a  $1/10$  D

Nell'immagine soprastante è stato riportato il grigliato della cupola relativo a maglie triangolari equilateri in pianta di lato pari a  $1/10$  del diametro della circonferenza di base (poiché  $D = 89,0$  m il lato del triangolo equilatero è pari a  $89,0 \text{ m}/10 = 8,90$  m). Con i colori è stato evidenziato uno dei sei "spicchi" equivalenti della cupola ed in particolare sono state rappresentate con colori uguali aste di identica lunghezza.

Si riporta di seguito una scheda riepilogativa dei modelli con gli archi perimetrali verticali analizzati.

Nel passare dal lato della maglia triangolare pari a  $1/10$  D a quello pari a  $1/16$  D il numero delle aste passa da 240 a 600 (incremento del 150%), mentre il numero dei nodi passa da 91 a 217 (incremento del 138.5 %).



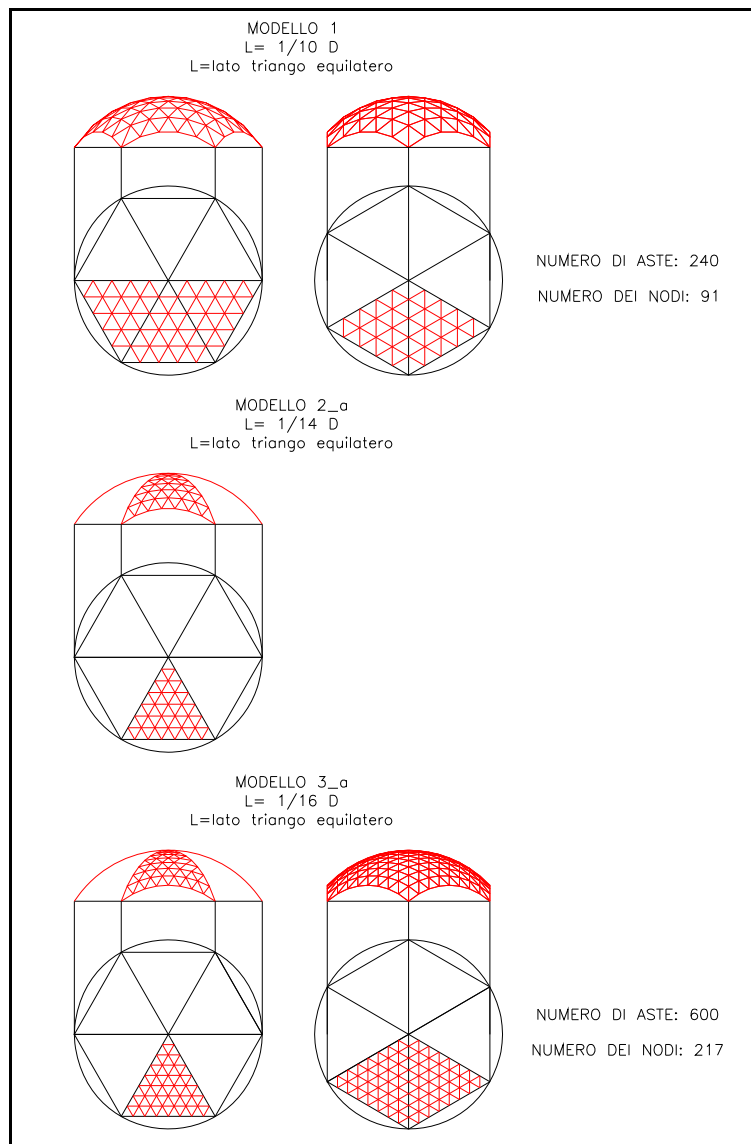


Figura 1 - Schemi delle cupole geodetiche con archi verticali analizzati

Queste strutture sono state analizzate con l'ausilio del programma agli elementi finiti SAP 2000 v10.0.7.

Le aste che costituiscono il grigliato sono state modellate con elementi *frame* aventi le caratteristiche meccaniche del legno lamellare GL36h, mentre i sei archi perimetrali sono stati modellati sempre con elementi *frame* aventi però le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo C40/50.

*Le aste sono state considerate incernierate internamente sia nel piano tangente che nel piano di meridiano in modo tale che l'unica sollecitazione trasferibile da un'asta ad un'altra fosse solamente fosse lo sforzo normale N.*

Al fine di eliminare labilità del modello dovute ai rilasci flessionali delle aste sono stati inseriti nei nodi dei vincoli esterni alla rotazione.

Gli archi in cemento armato sono stati vincolati alle estremità con cerniere esterne.

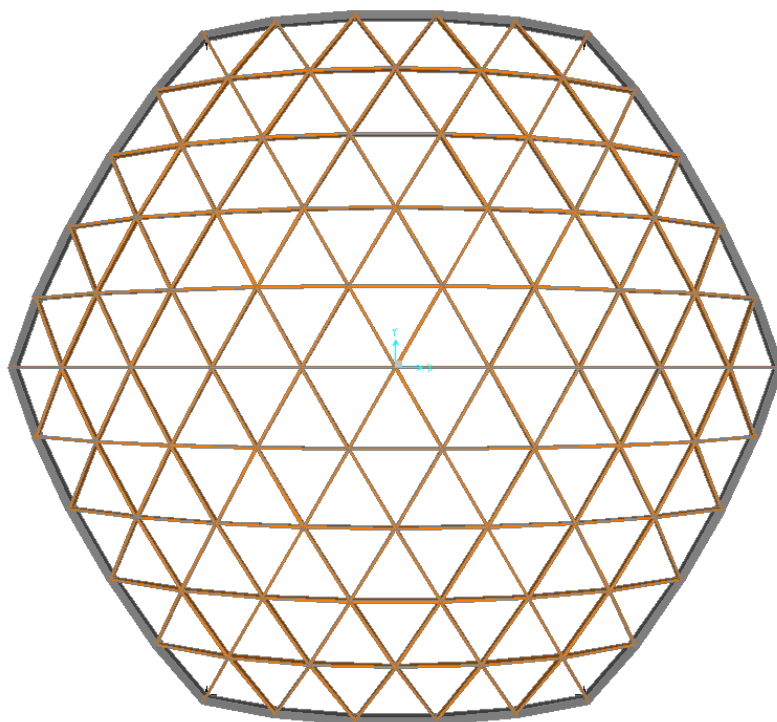


Figura 8 - Pianta del modello SAP relativo a maglie triangolari in pianta di lato pari a  $1/10 D$

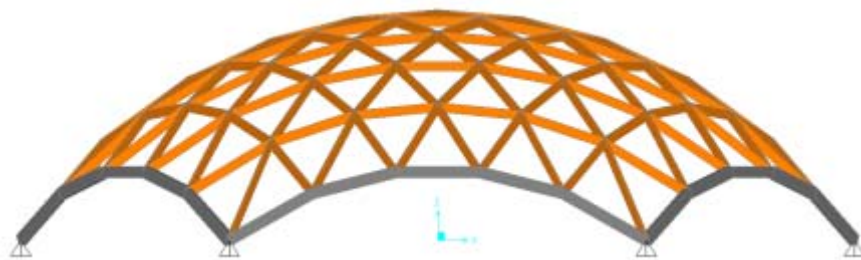


Figura 2 - Prospetto del modello SAP relativo a maglie triangolari in pianta di lato pari a  $1/10 D$

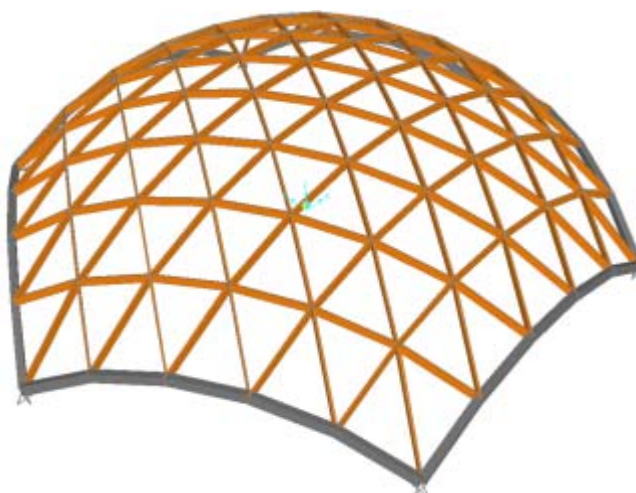


Figura 30 - Vista 3D del modello SAP relativo a maglie triangolari in pianta di lato pari a  $1/10 D$

Tenendo presente che **queste cupole ribassate funzionano, per carichi uniformi, pressoché in regime di membrana e che quindi le nervature risultano sollecitate prevalentemente da sforzo normale di compressione, aste di lunghezza troppo elevata, dotate di snellezze rilevanti, sono penalizzate inevitabilmente dalla verifica di stabilità.**

Ovviamente questo aspetto è stato uno dei principali che ci ha portato ad analizzare grigliati con maglia triangolare più piccola.

Il *regime di membrana* è presente quando gli sforzi di membrana sussistono in tutta cupola, cioè fino al bordo, e non sono accompagnati da momenti flettenti sensibili, soltanto nel caso in cui il bordo stesso sia vincolato in modo da non alterare gli sforzi che si avrebbero nella membrana illimitata. Affinché ciò accada, il vincolo deve essere capace di trasmettere alla membrana delle reazioni uguali agli sforzi che le trasmetterebbe il prolungamento della membrana stessa, che è stata soppressa: cioè deve trasmettere soltanto lo sforzo di meridiano supponendo che il contorno coincida con un parallelo.

Questo comporta che la reazione del vincolo non deve avere una componente nella direzione normale alla superficie della cupola, né un momento rispetto alla tangente al contorno. Di conseguenza il **vincolo**, a livello teorico, dovrebbe essere costituito da un **appoggio articolato e scorrevole sopra una sede conica coassiale con la lastra con direzione perpendicolare al meridiano; oppure, in modo equivalente, da numerosi pendoli diretti secondo le tangenti ai meridiani.**

Alla luce di quanto sopra riportato è stato deciso di inclinare “verso l’interno della struttura” gli archi perimetrali in cemento armato. L’entità dell’inclinazione non è stata determinata in modo da avere una superficie di appoggio scorrevole su sede conica coassiale alla cupola, ma bensì in modo da ridurre di una sola maglia il grigliato in corrispondenza della sezione di chiave degli archi.

Il risultato è che l’inclinazione di tali archi risulta maggiore rispetto all’inclinazione della tangente al meridiano.

Si riportano di seguito le due proiezioni ortogonali di uno “spicchio” di cupola nelle quali sono state tratteggiate in rosso le aste o le porzioni di aste eliminate in seguito all’inclinazione dell’arco.

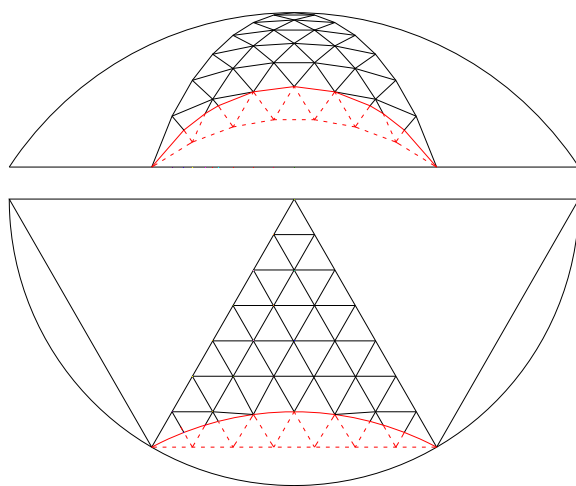


Figura 11 - Aste eliminate per l'inclinazione dell'arco

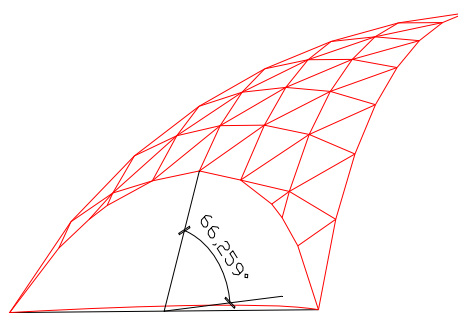


Figura 12 - Inclinazione dell'arco in c.a.

Alla luce delle precedenti considerazioni l'analisi strutturale è proseguita con lo studio dei modelli riportati nella figura sottostante.

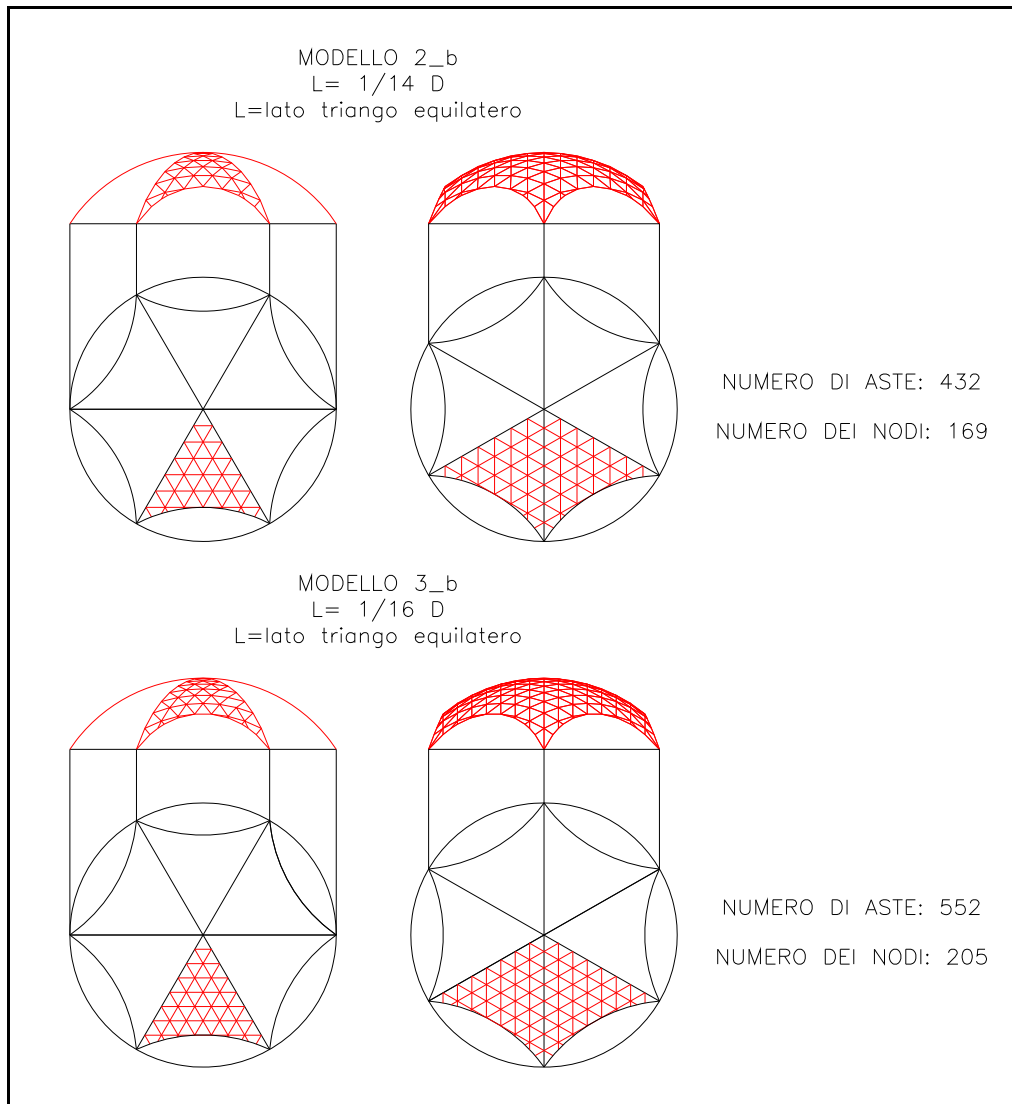


Figura 4 - Schemi delle cupole geodetiche con archi inclinati analizzati

L'inclinazione degli archi in cemento armato nei modelli 2\_b e 3\_b è rispettivamente di  $66,259^\circ$  e  $67,911^\circ$  rispetto al piano orizzontale di imposta della cupola.

## 2.1 – Modello definitivo

Il modello ottimale di grigliato geodetico per questa struttura è stato raggiunto assumendo una lunghezza del cateto del triangolo equilatero disposto sul piano orizzontale pari a  $1/14$  del diametro della circonferenza che circoscrive la pianta esagonale, ovvero pari a 6357 mm.

Operando un primo “aggiustamento” della disposizione dei nodi delle aste in corrispondenza della zona di interfaccia con gli archi in cemento armato al fine di razionalizzare il numero delle unioni, è risultato che sono necessarie **372 aste** di legno lamellare e **169 nodi** per completare la struttura.

I sei archi perimetrali equivalenti in cemento armato, inclinati verso l'interno della struttura di  $66,259^\circ$  rispetto al piano orizzontale, hanno una corda di 44,500 m, una freccia di 13,675 m e uno sviluppo di circa 55,000 m.

Gli archi sono incastrati all'estremità.

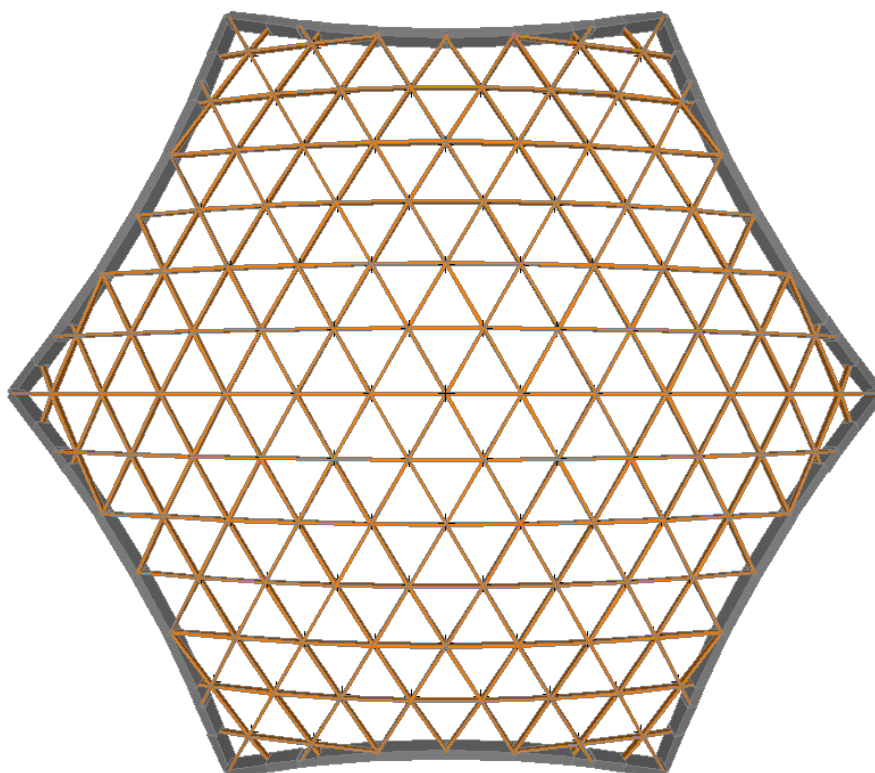


Figura 14 - Pianta del modello SAP relativo a maglie triangolari in pianta di lato pari a  $1/14$  D

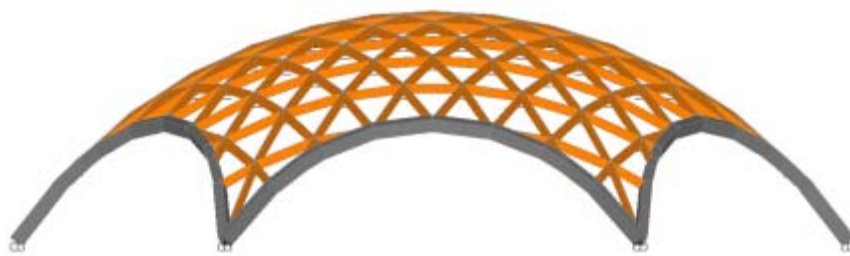


Figura 15 - Prospetto del modello SAP relativo a maglie triangolari in pianta di lato pari a  $1/14 D$

La sezione degli archi è rettangolare con la dimensione maggiore posta in direzione perpendicolare alla tangente al grigliato lungo il perimetro. In questo modo l'arco offre rigidità membranale per forma nel proprio piano, mentre fuori dal piano la maggior rigidità flessionale offerta dalla disposizione della sezione limita le deformazioni flessionali.

Al fine di ripristinare la rigidità membranale offerta dalle sei porzioni di calotta "asportate" è stato deciso di realizzare l'arco con una sezione in cemento armato piena di 1.50 m x 1.00 m.

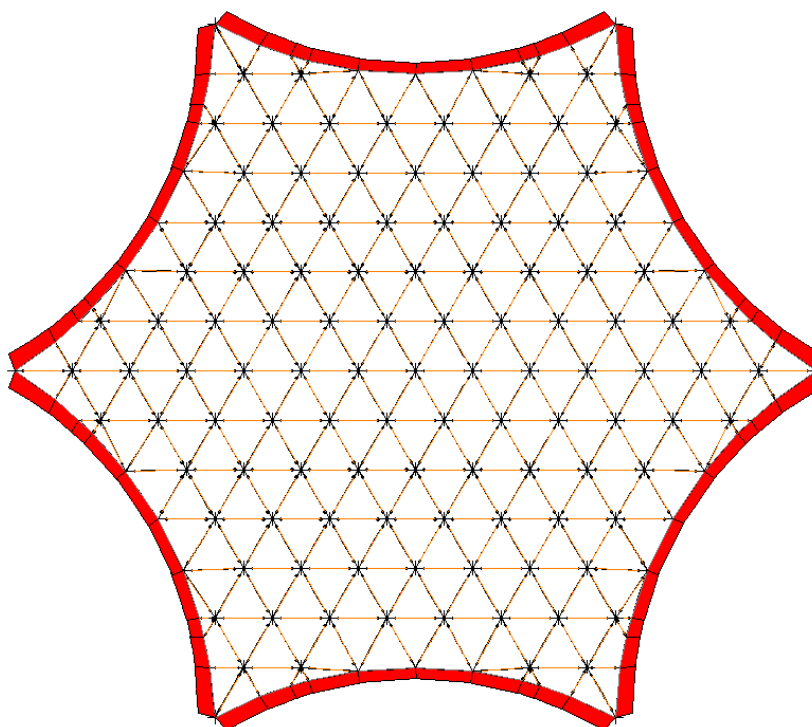


Figura 16 - Diagramma degli Sforzi Normali (vista planimetrica)

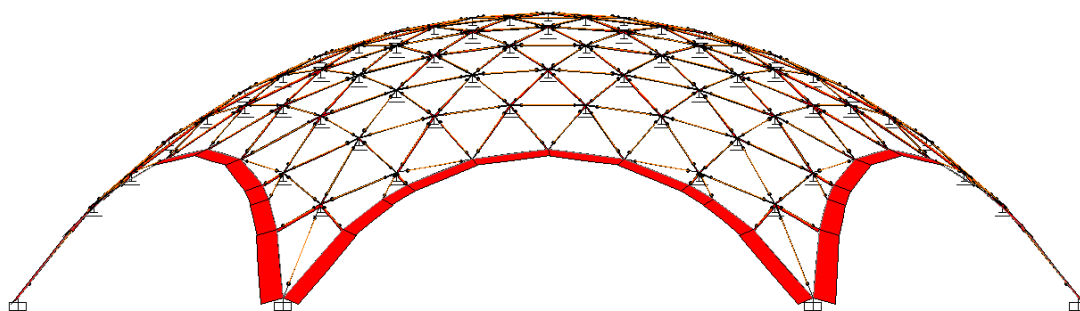


Figura 17 - Diagramma degli Sforzi Normali (vista prospettica)

L'immagine precedente mette in evidenza l'andamento dello sforzo normale di compressione negli archi perimetrali sollecitati a peso proprio dell'intera struttura e ai carichi permanenti portati. Questo dimostra che il comportamento membranale, per carichi simmetrici, della struttura oggetto di analisi è confermato.

Gli archi perimetrali si prendono carico anche di tutte le azioni orizzontali agenti sulla struttura relative sia all'azione del vento che alle componenti orizzontali dell'azione sismica. La modesta massa strutturale delle aste in legno lamellare che compongono la copertura, ha generato azioni sismiche orizzontali minori di quelle relative all'azione del vento.

In questo tipo di struttura è stato necessario anche considerare la componente verticale dell'azione sismica in quanto genera variazioni non trascurabili di sforzo normale negli archi in cemento armato.

La sezione ottimale per tutte le aste in legno lamellare della copertura è risultata essere di tipo rettangolare 0,24 m x 0,99 m, con il lato lungo disposto secondo la direzione perpendicolare al piano tangente. I 990 mm di altezza sono una conseguenza dal fatto che gli elementi strutturali di legno lamellare utilizzati in questa struttura sono composti da lamelle alte 33 mm, quindi le aste di questa cupola sono ottenute dalla sovrapposizione e relativo incollaggio di 30 lamelle.



## 2.2 – Analisi del numero delle aste di lunghezza diversa

Il numero totale delle aste, come già riportato, è di 372; tutte hanno la medesima sezione rettangolare di 0,24 m x 0,99 m. Le aste di lunghezza diversa sono 33. Nella figura sottostante è riportata una porzione di grigliato corrispondente ad un 1/6 dell'intera struttura nella quale con colori uguali sono indicate aste di identica lunghezza.

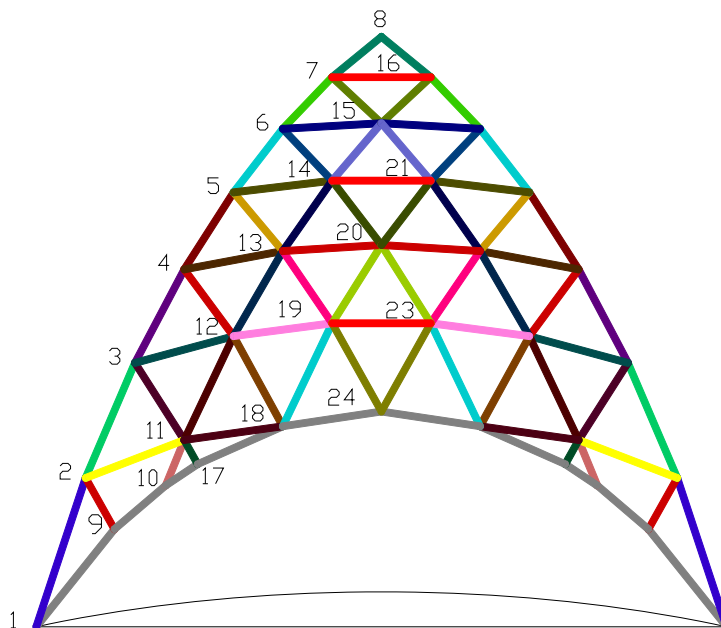


Figura 18 - Analisi delle lunghezze delle aste

LUNGHEZZA DELLE ASTE [mm]							
1-2	10148	11-3	7003	10-11	3277	19-13	6865
2-3	8448	3-12	6621	11-12	7960	13-20	6731
3-4	7545	12-4	6731	12-13	7251	20-14	6677
4-5	7000	4-13	6484	13-14	6816	18-19	8119
5-6	8119	13-5	6569	14-15	6549	19-20	7034
6-7	6462	5-14	6408	17-11	2003	24-19	7358
7-8	6368	14-6	6467	11-18	6473	19-23	6357
9-2	6731	6-15	6369	18-12	7653	14-21	
2-11	6878	15-7	6404	12-19	6420	7-16	

### Studio del nodo tipo

Un aspetto da tenere in stretta considerazione nella progettazione delle unioni in acciaio è relativa alla classe di resistenza al fuoco da conferire alla struttura finale. Questo perché, piastre di acciaio sottoposte in modo prolungato alle temperature che si sviluppano in seguito ad un incendio, perdono in poche decine di minuti le loro caratteristiche di rigidità compromettendo seriamente la stabilità dell'intera struttura. Ed è proprio per questo motivo che è conveniente inserire le piastre di acciaio all'interno delle aste di legno oppure posizionarle all'esterno e successivamente ricoprirle con pannelli di legno. Il legno sottoposto al fuoco è capace di conservare pressoché inalterate le proprie caratteristiche meccaniche al di sotto di circa un centimetro dalla superficie carbonizzata.

Nelle strutture geodetiche, i nodi, nei quali convergono sei aste con diverse inclinazioni, devono essere in grado di trasmettere principalmente le sollecitazioni di sforzo normale. Per questo motivo una possibile soluzione è quella di realizzare **un tronco di piramide cavo a base esagonale in acciaio** sagomato in modo tale che gli sforzi assiali si trasmettono per diretto contatto della sezione della asta con la faccia del tronco piramidale.

Al fine di garantire la trasmissione di sollecitazioni taglienti e comunque per collegare l'asta al nodo vengono incollati due perni in acciaio all'interno dell'asta in legno (lungo l'estremità della dimensione maggiore della sezione) che durante la messa in opera saranno imbullonati al tronco di piramide in acciaio.

Una volta completata l'unione, l'interno del tronco di piramide viene riempito con calcestruzzo in modo tale da raggiungere il duplice obiettivo di irrigidimento della connessione e diminuzione della superficie di acciaio sottoposta ad eventuale incendio.

Si riporta di seguito un'immagine descrittiva di tale unione.



Figura 19 – Nodo di connessione tra le aste per strutture geodetiche in legno lamellare

### 3. STUDIO DI UNA CUPOLA A MAGLIE ESAGONALE

Il percorso di studio delle varie tipologie strutturali ha portato, infine, ad analizzare uno schema costruttivo alternativo al grigliato a maglia triangolare.

La soluzione che di seguito viene proposta, presenta una geometria del tutto particolare. La scelta di una maglia di forma esagonale anche per la copertura, è stata dettata da motivazioni di tipo architettonico.

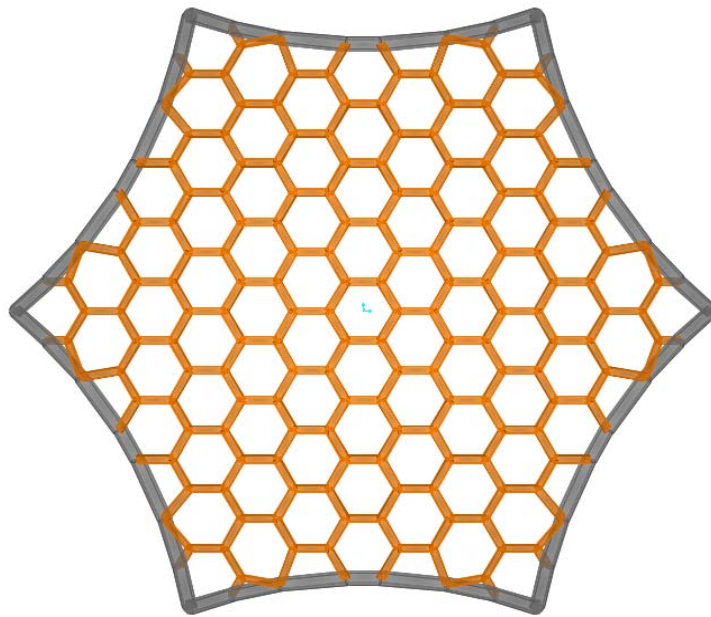


Figura 20 – Vista in pianta della copertura a maglia esagonale

Gli archi in calcestruzzo armato sono inclinati di circa  $29^\circ$  verso l'interno rispetto alla verticale. In questo modo hanno funzione di sostegno per i carichi verticali e per le forze membranali della copertura.

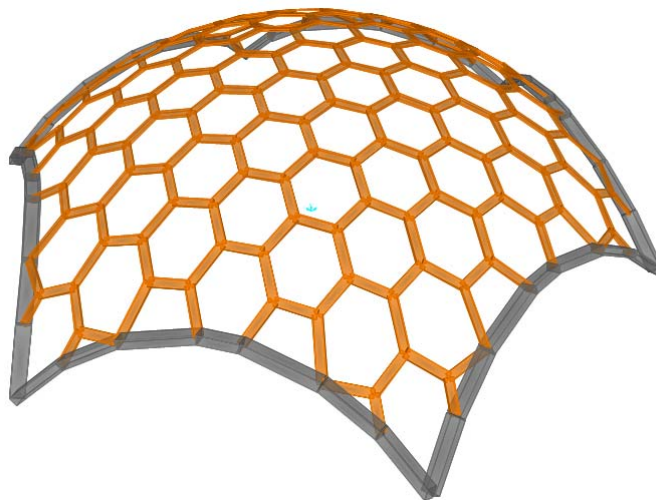


Figura 21 – Copertura a cupola a maglia esagonale

La differenza rispetto alle soluzioni finora esaminate, consiste, in primo luogo, nella valutazione della cedevolezza dei nodi di collegamento delle aste del grigliato.

Le cupole geodetiche a maglia triangolare, sono costituite da aste vincolate tra loro mediante cerniere. La rigidezza complessiva della struttura è fornita dalla maglia triangolare stessa.

Nel caso in esame, le aste non possono essere incernierate agli estremi, in quanto la maglia risulterebbe labile nel piano. Infatti il centro relativo di rotazione  $C$  delle sei bielle risulta la centro dell'esagono stesso. Si può quindi generare un rotazione rigida dell'esagono intorno al centro di rotazione  $C$ .

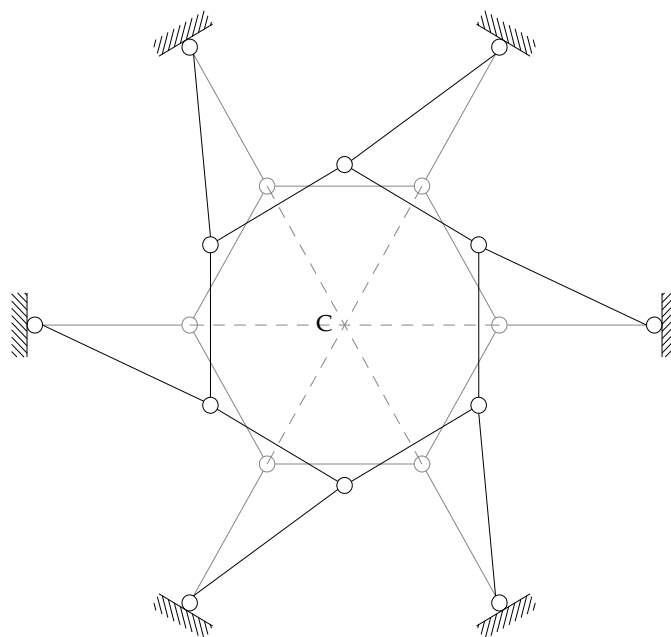


Figura 22 – Labilità della maglia esagonale

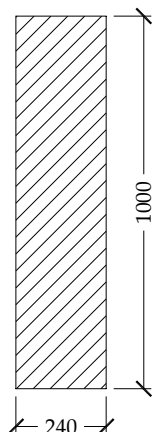
Non potendo essere semplicemente incernierate, le aste sono soggette a sollecitazioni flettenti (oltre a quella di compressione) nei due piani principali.

Infine, occorre considerare un aspetto relativo al legno lamellare, ovvero quello relativo alla geometria della sezione delle travi. Infatti, per la produzione delle travi in legno lamellare, vengono utilizzate tavole in legno massiccio di larghezza massima pari a 240mm. Per questo motivo, si realizzano travi di altezza variabile fino a oltre 2000mm e larghezza non superiore ai 240mm.

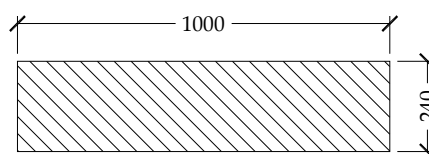
E' stato scelto, perciò, di utilizzare travi che rispettassero tali requisiti geometrici.

La struttura è stata progettata preliminarmente secondo due tipologie ben distinte che rispondessero ai suddetti requisiti.

- **SOLUZIONE "A"**: Travi con sezione di altezza pari a 1000mm e larghezza 240mm
- **SOLUZIONE "B"**: Travi con sezione di altezza pari a 240mm e larghezza 1000mm



SOLUZIONE 1



SOLUZIONE 2

L'analisi del comportamento strutturale della copertura, applicando su di essa un carico uniforme distribuito, ha prodotto ai seguenti risultati:

- Sollecitazioni flessionali di meridiano di entità maggiore per la prima soluzione rispetto alla seconda;
- Regime puramente membranale della seconda soluzione;
- Deformazioni (freccia massima in sommità) maggiori nella prima soluzione.

Per questi motivi è lecito focalizzare l'attenzione sul comportamento membranale delle due strutture.

Le due soluzioni proposte presentano travi con la stessa rigidezza assiale, ma con rigidezza flessionale diversa nel piano di meridiano. Perciò si definisce uno spessore equivalente spalmando la rigidezza flessionale del piano verticale per l'interasse fra le travi.

$$A = bh \quad J = \frac{bh^3}{12} \quad D = \frac{J}{i} \quad D = \frac{s_{eq}^3}{12(1-\nu^2)}$$

Perciò:

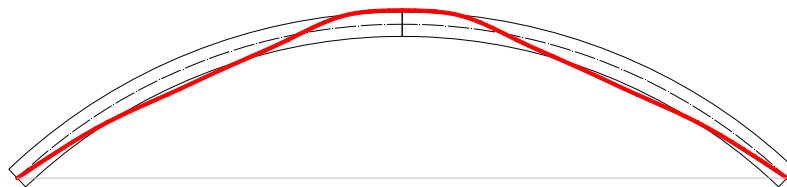
$$s_{eq} = \sqrt[3]{12(1-\nu^2) \frac{J}{i}}$$

	<i><b>SOLUZIONE "A"</b></i>	<i><b>SOLUZIONE "B"</b></i>
Larghezza della sezione	b= 240.00 mm	b= 1000.00 mm
Altezza della sezione	h= 1000.00 mm	h= 240.00 mm
Area della sezione	A= 240000.00 mm <sup>2</sup>	A= 240000.00 mm <sup>2</sup>
Momento di inerzia	J= 2000000.00 cm <sup>4</sup>	J= 115200.00 cm <sup>4</sup>
Interasse fra le travi	i= 7.71 m	i= 7.71 m
Rigidezza equivalente	D= 2594.03 cm <sup>4</sup> /cm	D= 149.42 cm <sup>4</sup> /cm
Spessore equivalente	s <sub>eq</sub> = 296.81 mm	s <sub>eq</sub> = 114.63 mm

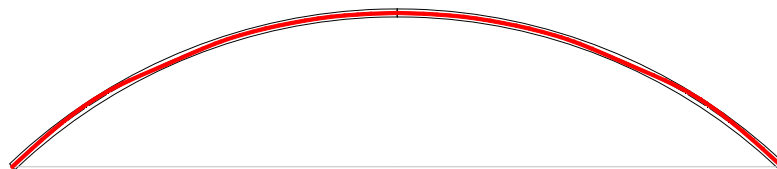
Si nota come la rigidezza flessionale di meridiano nel secondo caso risulti notevolmente inferiore.

Per questo motivo si hanno sollecitazioni prevalentemente di membrana.

Se si studiano le curve delle pressioni nei due casi, si nota come l'eccentricità risulti, nel secondo caso, quasi costantemente coincidente con l'asse geometrico della copertura.



SOLUZIONE 1



SOLUZIONE 2

Le cupole sono caratterizzate dal fatto di avere uno spessore non tanto piccolo da permettere di trascurare le tensioni di flessione come avviene per le membrane; ma lo è abbastanza perché si possa ritenere valida la variazione lineare delle tensioni nello spessore. La distinzione tra membrane e lastre non è netta. Infatti nelle membrane possono nascere momenti flettenti localizzati causati da forze al contorno. In quest'ottica le cupole possono essere risolte in modo approssimato usando le espressioni valide per le membrane.

Le membrane sono, invece, strutture laminari sottili, che perciò è lecito considerarle prive di rigidità a flessione e a torsione. Per calcolare gli sforzi nelle membrane sono sufficienti condizioni di equilibrio, per cui il problema è staticamente determinato.

Nel caso in cui sulla parete agiscono delle forze ugualmente disposte in tutti i punti di uno stesso parallelo e variabili da parallelo a parallelo è possibile definire una componente di forza tangente al meridiano e una normale alla membrana; tali componenti risultano essere uguali per tutti i meridiani e costanti lungo i paralleli.

Lungo i meridiani esistono delle tensioni normali dirette secondo la tangente al meridiano provocate dalla risultante delle forze verticali sopra menzionate.

Lungo i paralleli invece sono presenti tensioni normali dirette secondo la tangente al parallelo, che sono provocate da due cause distinte:

- dalle componenti delle forze esterne normali alla membrana;
- dal fatto che le tensioni normali di meridiano cambiano direzione da punto a punto del meridiano con la conseguenza che non sono equilibrate tra loro ed esercitano perciò un'azione radiale sui paralleli.

Per ragioni di simmetria, le tensioni tangenziali sono nulle per sezioni eseguite lungo i meridiani o i paralleli.

Le strisce secondo i paralleli, essendo tese o compresse, modificano il loro raggio  $r$ , ma si conservano circolari; per questo motivo le tensioni di parallelo si possono ritenere costanti all'interno dello spessore dato che questo è molto piccolo rispetto al raggio  $r$ .

In conseguenza delle variazioni dei raggi dei vari paralleli, le strisce secondo i meridiani possono deformarsi e quindi la loro curvatura può modificarsi in qualunque punto dando origine a tensioni normali variabili lungo lo spessore dovute a momento flettente. Tuttavia tali tensioni sono molto piccole perché piccole sono le variazioni di curvatura del meridiano e questo è tanto più vero quanto minore è lo spessore  $s$  della membrana.

Quindi riassumendo, la ragione principale del comportamento statico di queste strutture è dovuta al fatto che *la deformazione delle strisce di meridiano è piccolissima, perché frenata dalle strisce parallele che devono allargarsi o restringersi e che sono poco deformabili perché sollecitate solamente a trazione o a compressione.*

Nel caso in cui si possono trascurare i momenti di meridiano sopra menzionati si può ritenere trascurabile la deformazione della struttura, ovvero si può considerare come una membrana indeformabile.

Una membrana è sempre in equilibrio qualunque sia la sua forma e quali che siano le forze esterne ad essa applicata; l'equilibrio è possibile anche con i soli sforzi di membrana.

I paralleli sono in grado di funzionare come funicolari di una forza radiale uniforme di qualunque intensità; assumono cioè una componente radiale delle forze esterne di valore tale da lasciare alle strisce meridiane quelle forze delle quali esse sono la funicolare.

In modo analogo, si può affermare che *i paralleli esercitano un'azione di cerchiatura sulle strisce secondo i meridiani, in virtù della quale le forze esterne fanno subire a quest'ultime delle deformazioni molto piccole. Tale comportamento permette alle membrane di sopportare le forze esterne nonostante la rigidità piccolissima delle strisce di meridiano.*

La membrana è dunque esente da momenti flettenti se è infinitamente flessibile, oppure, non essendolo se si considera inestensibile.

Di conseguenza, esso risulta essere il regime statico più favorevole che si possa desiderare, nel quale le tensioni normali sono uniformemente ripartite nello spessore e il materiale è utilizzato nel miglior modo possibile.

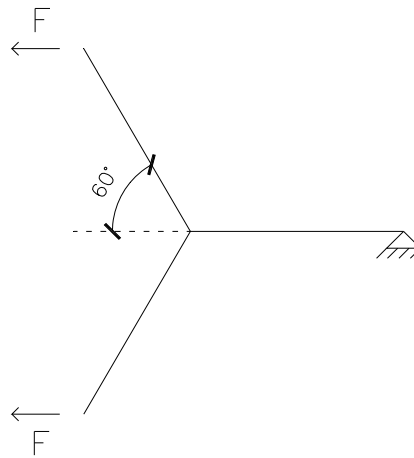
Riassumendo quanto esposto finora, si può affermare come il comportamento membranale della struttura, sia dettato essenzialmente dalla rigidità assiale dei paralleli.

Per quanto riguarda il comportamento membranale della struttura oggetto di studio, emerge il fatto che la rigidità assiale di parallelo è legata alla rigidità assiale della maglia esagonale, in quanto si può considerare ogni parallelo come costituito da elementi esagonali posti in serie.

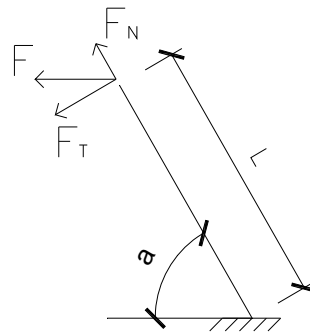
*Perciò, occorre esaminare i legami che sussistono tra la rigidità assiale della maglia e la rigidità flessionale delle travi, in modo da stabilire, in via definitiva, quale sia la soluzione tipologica adeguata.*



Si considera come schema rappresentativo del grigliato, un sistema elementare costituito da tre aste disposto a "Y", del quale abbiamo ricavato la rigidezza alla traslazione:



Che può essere semplificato come segue:



Tenendo presente che lo spostamento in direzione normale all'asse, prodotto da  $F_T$  è il seguente:

$$u_{FT} = \frac{F_T L^3}{3EJ}$$

E considerando  $F_T = F \sin \alpha$  e  $u_F = u_{FT} \sin \alpha$

Lo spostamento  $u_F$ , orizzontale, prodotto dalla forza  $F$  è:

$$u_F = \frac{FL^3}{3EJ} \sin^2 \alpha$$

Essendo  $\alpha = 60^\circ$ , il valore finale di tale spostamento è pari a:

$$u_F = \frac{FL^3}{4EJ}$$

Infine ponendo  $u_F = 1$  si ricava la rigidezza alla traslazione del sistema:

$$K_T = \frac{4EJ}{L^3}$$

Il principale risultato al quale siamo giunti nello svolgere questa tesi è relativo all'importanza che ricopre la deformabilità della maglia esagonale in relazione alla rigidezza flessionale delle aste che la compongono.

Si può, perciò, affermare che la rigidezza assiale della maglia esagonale sia proporzionale alla rigidezza flessionale "nel piano" delle singole travi che la costituiscono.

Ed è proprio questo aspetto che ci ha guidato nella ricerca della migliore disposizione della sezione delle aste al fine di aumentare la rigidezza assiale del grigliato.

In definitiva, dette  $b$  la larghezza della sezione e  $h$  l'altezza, si può riassumere l'aumento della rigidezza assiale di parallelo si ottiene aumentando la rigidezza flessionale nel piano delle travi, e quindi adottando soluzioni che prevedono sezioni con rapporto  $b/h$  elevato.

## 4. PROGETTO STRUTTURALE DELLA COPERTURA A MAGLIA ESAGONALE

### 4.1 – Materiali

#### Legno lamellare

La struttura oggetto di studio dovrà appartenere alla *Classe di servizio 1*.

- *Classe di servizio 1*: caratterizzata da un'umidità nei materiali corrispondente a una temperatura di 20 °C e ad un'umidità relativa dell'aria circostante maggiore del 65% solo per poche settimane all'anno.

Occorre poi valutare le *Classi di durata del carico*, definite nel modo seguente:

Classe di durata del carico	Ordine di grandezza della durata cumulata del carico caratteristico
Permanente	più di 10 anni
Lunga durata	6 mesi - 10 anni
Media durata	1 settimana - 6 mesi
Breve durata	meno di una settimana
Istantaneo	

Esse sono caratterizzate sulla base dell'effetto di un carico costante che agisce per un certo periodo di tempo durante la vita della struttura.

Ad ogni tipo di carico può essere così assegnata una classe di appartenenza:

Classe di durata del carico	Esempi di carico
Permanente	peso proprio
Lunga durata	immagazzinaggio
Media durata	carico imposto del solaio, neve
Breve durata	neve, vento
Istantaneo	vento, carico accidentale

L'assegnazione della struttura ad una classe di servizio e i carichi ad una classe di durata, influenzano sia la combinazione dei carichi, che le caratteristiche dei materiali e infine la verifica dell'intera struttura.

Progettando nell'ottica della verifica mediante il metodo dei coefficienti parziali, occorre definire le caratteristiche meccaniche del materiale.

Il valore di progetto  $X_d$  di una proprietà di resistenza deve essere calcolato come:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M}$$

$X_k$ : è il valore caratteristico di una proprietà del materiale (modulo di elasticità  $E$ , modulo tangenziale  $G$ , resistenza  $R$ )

$\gamma_M$ : è il coefficiente parziale per una proprietà materiale. Per il legno lamellare:

$$\gamma_M = 1.25$$

$k_{mod}$ : è il coefficiente di correzione che tiene conto degli effetti della durata del carico e dell'umidità:

**Valori di  $k_{mod}$**

Materiale	Norma	Classe di Servizio	Classe di durata del carico				
			Azione permanente	Azione lunga durata	Azione media durata	Azione breve durata	Azione istantanea
Legno massiccio	EN 14081-1	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Legno lamellare incollato	EN 14080	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
LVL	EN 14374, EN 14279	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Compensato	EN 636 Parte 1, Parte 2, Parte 3 Parte 2, Parte 3 Parte 3	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

Infine, occorre definire l'influenza del carico e dell'umidità sulle deformazioni:

- Per gli stati limite di esercizio, se la struttura consiste di elementi o componenti aventi differenti proprietà dipendenti dal tempo, si raccomanda che il valore medio finale del modulo di elasticità,  $E_{mean,fin}$ , del modulo di taglio  $G_{mean,fin}$ , e del modulo di scorrimento,  $K_{ser,fin}$ , che sono utilizzati per calcolare la deformazione finale, sia ottenuto dalle espressioni seguenti:

$$E_{\text{mean,fin}} = \frac{E_{\text{mean}}}{1 + k_{\text{def}}} \quad G_{\text{mean,fin}} = \frac{G_{\text{mean}}}{1 + k_{\text{def}}} \quad K_{\text{ser,fin}} = \frac{K_{\text{ser}}}{1 + k_{\text{def}}}$$

- Per gli stati limite ultimi, laddove la distribuzione delle forze e dei momenti sull'elemento è influenzata dalla distribuzione della rigidezza nella struttura, si raccomanda che il valore medio finale del modulo di elasticità,  $E_{\text{mean,fin}}$ , del modulo di taglio  $G_{\text{mean,fin}}$ , e del modulo di scorrimento,  $K_{\text{ser,fin}}$ , sia calcolato tramite le seguenti espressioni:

$$E_{\text{mean,fin}} = \frac{E_{\text{mean}}}{1 + \psi_2 k_{\text{def}}} \quad G_{\text{mean,fin}} = \frac{G_{\text{mean}}}{1 + \psi_2 k_{\text{def}}} \quad K_{\text{ser,fin}} = \frac{K_{\text{ser}}}{1 + \psi_2 k_{\text{def}}}$$

Dove:

$E_{\text{mean,fin}}$ : valore medio del modulo di elasticità

$G_{\text{mean,fin}}$ : valore medio del modulo di taglio

$K_{\text{ser,fin}}$ : modulo di scorrimento

$k_{\text{def}}$ : coefficiente per la valutazione della deformazione viscoelastica in funzione della pertinente classe di servizio

$\psi_2$ : coefficiente per il valore dell'azione quasi-permanente che causa la tensione più elevata in rapporto alla resistenza (se tale azione è un'azione permanente, si raccomanda che  $\psi_2$  sia sostituito da 1).

Valori di  $k_{\text{def}}$  per il legno e i materiali a base di legno

Materiale	Norma	Classe di servizio		
		1	2	3
Legno massiccio	EN 14081-1	0,60	0,80	2,00
Legno lamellare incollato	EN 14080	0,60	0,80	2,00
LVL	EN 14374, EN 14279	0,60	0,80	2,00
Compensato	EN 636			
	Parte 1	0,80	-	-
	Parte 2	0,80	1,00	-
	Parte 3	0,80	1,00	2,50
OSB	EN 300			
	OSB/2	2,25	-	-
	OSB/3, OSB/4	1,50	2,25	-

In definitiva si riepilogano le caratteristiche meccaniche del legno lamellare scelto:

<u>Legno Lamellare Incollato Omogeneo - GL36h</u>			
Resistenza a flessione	$f_{m,g,k}=$	36.00	N/mm <sup>2</sup>
Resistenza a trazione	$f_{t,0,g,k}=$	26.00	N/mm <sup>2</sup>
	$f_{t,90,g,k}=$	0.60	N/mm <sup>2</sup>
Resistenza a compressione	$f_{c,0,g,k}=$	31.00	N/mm <sup>2</sup>
	$f_{c,90,g,k}=$	3.60	N/mm <sup>2</sup>
Resistenza a taglio	$f_{v,g,k}=$	3.60	N/mm <sup>2</sup>
Modulo di elasticità	$E_{0,g,mean}=$	14700.00	N/mm <sup>2</sup>
	$E_{0,g,05}=$	11900.00	N/mm <sup>2</sup>
Modulo di taglio	$G_{g,mean}=$	910.00	N/mm <sup>2</sup>
	$G_{g,05}=$	736.67	N/mm <sup>2</sup>
Massa volumica	$\rho_{g,k}=$	450.00	kg/m <sup>3</sup>

### Calcestruzzo armato

Di seguito si riportano le caratteristiche meccaniche del calcestruzzo scelto C40-50 e dell'acciaio impiegato per le armature:

<u>C40-50</u>			
$R_{ck}$	35.00	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza caratteristica cubica del calcestruzzo a compressione
$f_{ck}$	40.00	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza caratteristica cilindrica del calcestruzzo a compressione
$f_{cm}$	48.00	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza media cilindrica del calcestruzzo a compressione
$E_{cm}$	35220.46	N/mm <sup>2</sup>	Modulo elastico del calcestruzzo
$f_{ctm}$	3.51	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza del calcestruzzo a trazione assiale
$f_{ctm}$	4.21	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza del calcestruzzo a trazione per flessione
$\alpha_{cc}$	0.85		Coefficiente riduttivo per resistenze di lunga durata
$\gamma_c$	1.50		Coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo
$f_{cd}$	22.67	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza di calcolo a compressione
$f_{ctd}$	2.34	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza di calcolo a trazione
$\sigma_c$	24.00	N/mm <sup>2</sup>	compressione per combinazione di carico rara
$\sigma_c$	18.00	N/mm <sup>2</sup>	compressione per combinazione quasi permanente

$\sigma_t$	2.92	N/mm <sup>2</sup>	trazione massima corrispondente allo stato limite di fessurazione
------------	------	-------------------	---

<u><b>B450C</b></u>			
$f_{yk}$	450,00	N/mm <sup>2</sup>	Tensione caratteristica di snervamento
$f_{tk}$	540,00	N/mm <sup>2</sup>	Tensione caratteristica di rottura
$\gamma_s$	1,15		Coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio
$f_{yd}$	391,30	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza di calcolo
$\sigma_s$	360,00	N/mm <sup>2</sup>	Tensione massima in esercizio

### Acciaio da carpenteria

Di seguito si riportano le caratteristiche meccaniche dell'acciaio S355 utilizzato per il collegamento delle travi in legno lamellare.

<u><b>S355</b></u>			
$f_{yk}$	355.00	N/mm <sup>2</sup>	Tensione caratteristica di snervamento S355
$f_{tk}$	510.00	N/mm <sup>2</sup>	Tensione caratteristica di rottura S355
$\gamma_s$	1.05		Coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio
$f_{yd}$	338.10	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza di calcolo

## 4.2 – Calcolo delle azioni sulla struttura

### CARICO DA NEVE

I carichi della neve sulle coperture devono essere determinati come segue:

$$s = \mu_i C_e C_t s_k$$

dove:

$\mu_i$ : coefficiente di forma per il carico della neve

$s_k$ : valore caratteristico del carico della neve al suolo;

$C_e$ : coefficiente di esposizione;

$C_t$ : coefficiente termico

Valori raccomandati per il coefficiente  $C_e$  per differenti topografie

Topografia	$C_e$
Pianeggiante <sup>a)</sup>	0,8
Normale <sup>b)</sup>	1,0
Riparata <sup>c)</sup>	1,2
a) <i>Topografia pianeggiante</i> : aree in pianura senza ostacoli, esposte all'azione del vento su tutti i lati, prive di riparo o scarsamente riparate per effetto del terreno, di costruzioni più alte o di alberi.	
b) <i>Topografia normale</i> : aree nelle quali non vi è una rimozione significativa della neve esercitata dal vento a causa della sua interazione con il terreno, con altre costruzioni o con alberi.	
c) <i>Topografia riparata</i> : aree nelle quali la costruzione in esame risulti significativamente più bassa del terreno circostante o sia circondata da alberi di alto fusto e/o da costruzioni più alte.	

Si sceglie perciò:  $C_e = 1,0$

Si raccomanda che il coefficiente termico  $C_t$  sia utilizzato per valutare la diminuzione del carico della neve sulle coperture dotate di un'elevata trasmittanza termica ( $>1 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), in particolare per alcuni manti di copertura in vetro, causata dallo scioglimento provocato dalla perdita di calore.

Per tutti gli altri casi  $C_t = 1,0$ , perciò:  $C_t = 1,0$

Per quanto riguarda il coefficiente di forma, nella norma UNI EN 1991 non c'è caso di riferimento relativo a coperture a volta circolare. Si procede utilizzando i valori ottenuti dal caso delle coperture cilindriche.

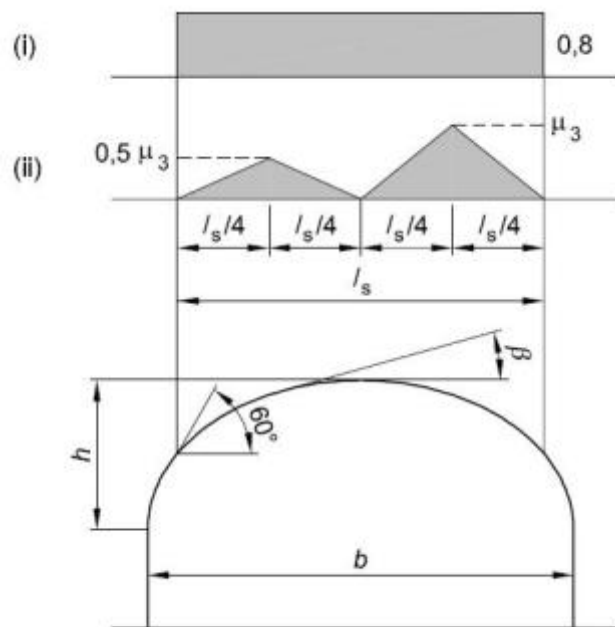


I coefficienti di forma che si raccomanda siano utilizzati per le coperture cilindriche, in assenza di barriere per la neve, sono dati dalle espressioni seguenti:

per  $\beta > 60^\circ$   $\mu_3 = 0$

per  $\beta \leq 60^\circ$   $\mu_3 = 0.2 + 10 h / b$

L'appendice nazionale impone come valore massimo  $\mu_3 = 2.0$ .



Nel caso in esame abbiamo:

$b=89.00\text{m}$   $h=24.00\text{m}$  da cui:  $\mu_3=2.89>2.00$

perciò:  $\mu_3=2.00$

La forma dei carichi sopra raffigurata viene pertanto adattata al caso in esame. Il volume di carico (prismatico) costituito dalle superfici triangolari, non può rimanere tale se la copertura è sferica anziché cilindrica. Perciò si considera un solido di rivoluzione con generatrice costituita dalla forma triangolare ed asse di rotazione coincidente con l'asse verticale passante per il centro della sfera. La rivoluzione viene effettuata per un angolo pari a  $180^\circ$  in modo da caricare asimmetricamente l'intera copertura.

La normativa esprime un valore del carico caratteristico da neve relativo alla quota di riferimento di 0.00 m slm.

Non essendo presente una formulazione analitica che esprima il valore del carico caratteristico da neve al suolo in funzione dell'altitudine del sito, si utilizza il valore fornito dalla normativa italiana "D.M. 14 gennaio 2008 - Norme tecniche per le costruzioni"

Perciò il valore calcolato è il seguente:  $s_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$

In definitiva si ottengono i seguenti valori di riferimento:

per  $\mu_1=0.8$   $s=0.8 \text{ kN/m}^2$

per  $\mu_3=2.0$   $s=2.0 \text{ kN/m}^2$

per  $0.5\mu_3=1.0$   $s=1.0 \text{ kN/m}^2$

## AZIONE DEL VENTO

La UNI EN 1991-4 rimanda alle normative nazionali per quanto riguarda la valutazione della velocità di riferimento del vento  $v_b$ . Essa è il valore caratteristico della velocità del vento a 10 m mediata su 10 minuti e riferita ad un periodo di ritorno di 50 anni.

Per la zona oggetto di studio abbiamo:

$$v_{b,0} = 27 \text{ m/s}$$

A questo punto è possibile utilizzare la norma europea per il calcolo della velocità di riferimento del vento  $v_b$ .

$$v_b = c_{dir} c_{season} v_{b,0} = v_{b,0} = 27 \text{ m/s}$$

in quanto il valore raccomandato per  $c_{dir}$  e  $c_{season}$  è 1.0.

La pressione cinetica di riferimento è:

$$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2 = 455.63 \text{ N/m}^2$$

dove:

$\rho$ : densità dell'aria assunta convenzionalmente costante e pari a 1,25 kg/m<sup>3</sup>.

Il valore dell'azione del vento agente sulle superfici esterne è la seguente:

$$p = c_e c_p c_d q_b$$

L'edificio si trova in Classe di rugosità A, ed essendo in Zona 2, si fa riferimento alla Categoria IV per la quale sussistono seguenti parametri:

$$k_r = 0.22 \quad z_0 = 0.30 \quad z_{min} = 8.00 \text{ m}$$

Il coefficiente topografico  $c_t$  è posto uguale a 1.

Il coefficiente di esposizione  $c_e(z)$  è il seguente:

$$c_e(z) = c_e(z_{min}) \quad \text{per } z < z_{min}$$

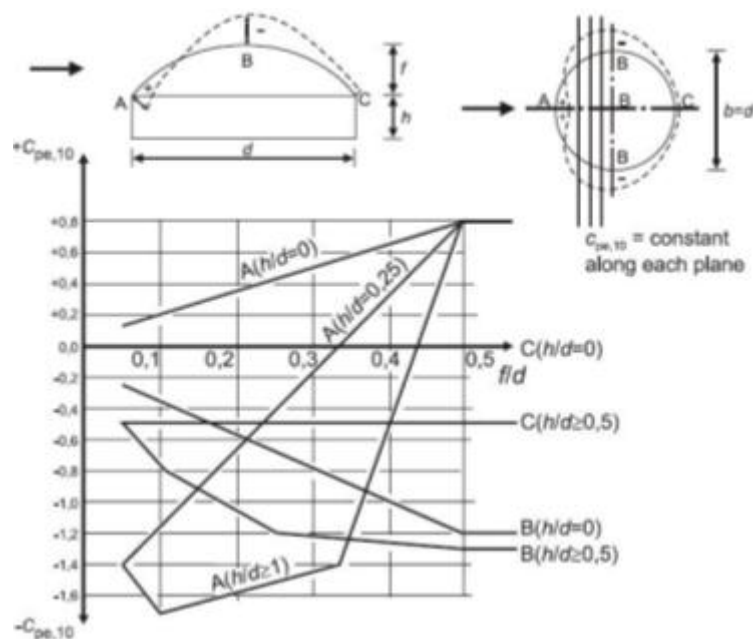
$$c_e(z) = k_r^2 \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \left[ 7 + c_t \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \right] \quad \text{per } z > z_{min}$$

perciò essendo l'altezza della copertura pari a 24m, si ricava quanto segue:

$$c_e=2.74$$

La pressione del vento pari a  $p=1.25 \text{ kN/m}^2$ , graverà sulla struttura in base al coefficiente di forma  $c_p$ . In alcune zone avremo pressione, in altre depressione.

Il coefficiente di forma viene valutato in base alla figura seguente:



I parametri hanno perciò i seguenti valori:

$$f/d=24.00/89.00=0.27$$

$$h/d=0.00/89.00=0.00$$

$$A=0.45 \quad B=-0.72 \quad C=0.00$$

Il vento sarà considerato agente alternativamente lungo le due direzioni principali x e y.

### CARICHI PERMANENTI

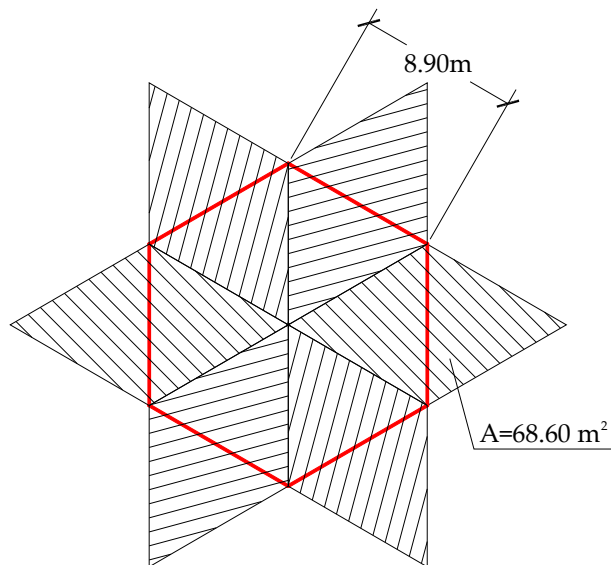
Si considera, inoltre, un carico permanente totale pari a  $0.50 \text{ kN/m}^2$  che comprende:

- Peso della copertura
- Peso degli impianti
- Peso dei nodi strutturali in acciaio

### DISCRETIZZAZIONE DEI CARICHI

I carichi agenti per unità di superficie devono essere riportati nel modello di calcolo come carichi distribuiti sugli elementi frame.

L'area di influenza si calcola nel modo seguente:



Quindi per ogni tipologia di carico strutturale (carichi permanenti, carico da neve, carico da vento) la quota parte del carico superficiale che andrà applicata al singolo elemento è la seguente:

$$k=A/L=68.60/8.90=7.708\text{m}$$

### 4.3 – Verifiche strutturali secondo gli Eurocodici

#### VERIFICA STATICA AGLI SLU

La struttura viene studiata mediante un'analisi elastica lineare al primo ordine. Occorre considerare che il comportamento della struttura e la distribuzione delle forze interne è influenzata dalla rigidezza degli elementi che la compongono. Gli archi in calcestruzzo armato e le travi in legno lamellare hanno notevoli differenze sia in termini di rigidezza che di resistenza, dovuti sia alle dimensioni che al materiale con cui sono costituiti.

E' quindi opportuno valutare gli effetti a breve termine e a lungo termine, considerando il contributo della viscosità dei materiali.

Le travi in legno lamellare sono, sulla base dell'analisi strutturale precedente, sempre compressi; perciò la verifica fondamentale sarà quella di stabilità per presso-flessione deviata, essendo presenti sia momenti intorno all'asse forte che intorno all'asse debole della sezione.

La durata del carico è un aspetto da considerare nella verifica degli elementi strutturali. Sarà quindi necessario considerare una combinazione di carico relativa ai soli carichi permanenti e una serie di combinazioni con tutti i carichi compresi gli accidentali. La prima prevede un  $k_{mod}$  inferiore perché i carichi permanenti sono associati a condizioni di carico di lunga durata. Per le altre si utilizza un  $k_{mod}$  maggiore in quanto i carichi accidentali sono associati a condizioni di carico di breve durata. E' quindi opportuno effettuare le verifiche su entrambe le tipologie di durata.

Una volta effettuate le verifiche per i vari elementi, si procede alla verifica dei collegamenti che costituiranno, inoltre, la base per il calcolo della rigidezza della struttura nel suo complesso. Questo perché i collegamenti che si possono realizzare per il legno (in accoppiamento ad altri elementi lignei o a piastre metalliche), costituiscono dei vincoli cedevoli, e che quindi devono essere tenuti opportunamente in conto quando si analizza una struttura nel suo complesso.

Nel progetto della struttura devono, inoltre, essere valutate opportunamente le varie fasi costruttive. Se ne considerano principalmente due:

- 1) costruzione degli archi in calcestruzzo armato;
- 2) costruzione della copertura in legno vera e propria;

Essendo gli archi non verticali, ma inclinati verso l'interno, la forza peso che essi determinano (diretta verso il basso) ha una componente tangente rispetto alla verticale dell'arco .

Tale componente risulterebbe essere una spinta verso il centro della cupola in corrispondenza dell'appoggio della cupola stessa. Ciò causerebbe la nascita di sollecitazioni flessionali sulle travi poste in prossimità degli archi.

Se invece si separano nel tempo le due fasi, una volta ultimati gli archi, questi risulteranno in esercizio, quindi la forza peso che essi determinano sarà interamente sostenuta dalla loro resistenza e non influirà sulla copertura.

Si ritiene perciò utile analizzare la struttura e calcolare le sollecitazioni sulla copertura, ponendo nullo il peso proprio degli archi in calcestruzzo armato, ma mantenendo comunque la loro rigidità e la loro capacità di confinamento della copertura.

In seguito si ripristinerà il peso proprio degli archi in modo da verificare anch'essi agli Stati Limite Ultimi.

La combinazione delle azioni è la seguente:

$$E_d = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_p P_k + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$\gamma_{Gj,\text{sup}} = 1.35$$

$$\gamma_{Gj,\text{inf}} = 1.00$$

$$\gamma_{Q,1} = 1.50 \text{ ove sfavorevole (0 ove favorevole)}$$

$$\gamma_{Q,i} = 1.50 \text{ ove sfavorevole (0 ove favorevole)}$$

Si analizzano le seguenti combinazioni:

- 1) **1.35xPermanenti**
- 2) **1.35xPermanenti + 1.50xNeve**
- 3) **1.00xPermanenti + 1.50xVento**

La prima combinazione viene utilizzata per la verifica a lungo termine degli elementi in legno.

La seconda combinazione presenta il carico da vento in favore di sicurezza, perciò viene annullato il suo effetto.

La terza combinazione prevede sia il carico permanente che il carico da vento in favore di sicurezza. Per il primo si utilizza un coefficiente unitario, il secondo viene annullato.

Di seguito si riportano i risultati grafici forniti dal programma di calcolo:

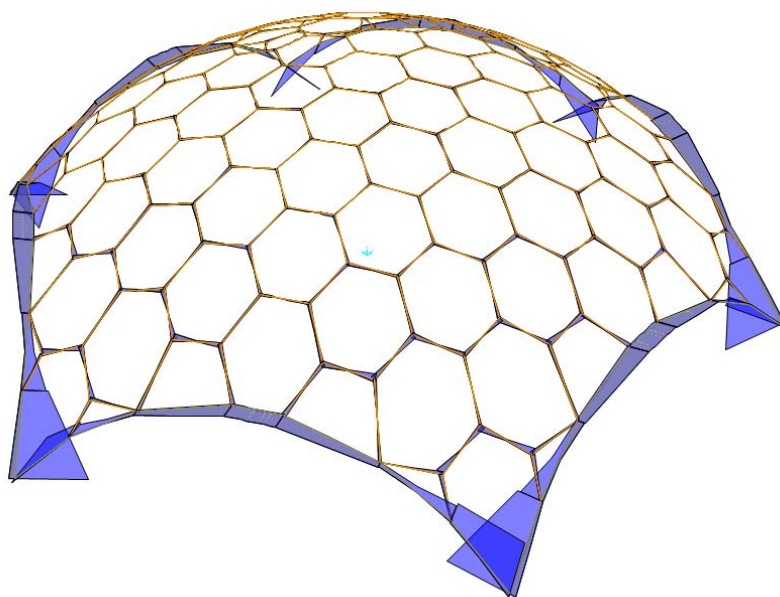


Figura 23 – Momento flettente con asse momento orizzontale

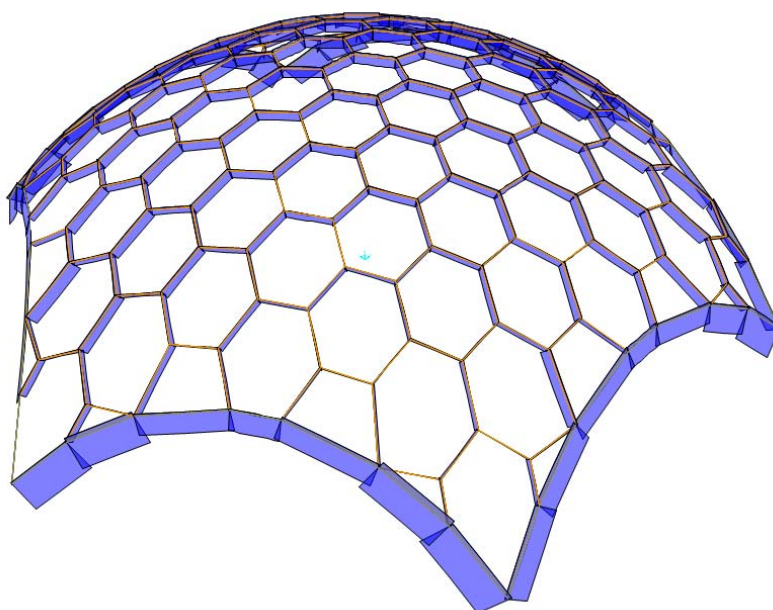


Figura 24 – Sforzo normale di compressione



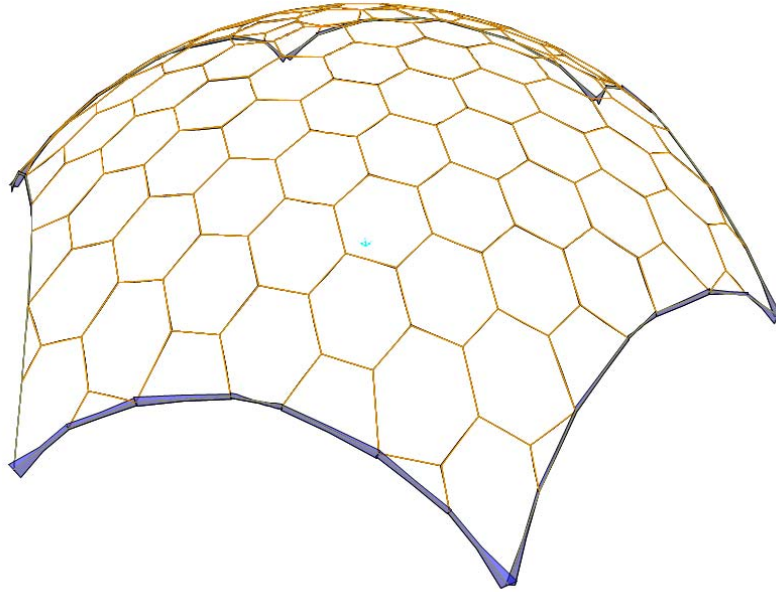


Figura 25 – Momento flettente con asse momento verticale

### Verifica di stabilità a presso-flessione deviata

Si calcolano le snellezze e le snellezze relative:

$$\lambda_y = \frac{L_0}{\rho_y} \quad \lambda_z = \frac{L_0}{\rho_z} \quad \lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad \lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$\lambda_y, \lambda_{rel,y}$ : rapporti di snellezza corrispondenti alla flessione intorno all'asse  $y$

$\lambda_z, \lambda_{rel,z}$ : rapporti di snellezza corrispondenti alla flessione intorno all'asse  $z$

$L_0$ : lunghezza libera di inflessione

$\rho$ : raggio di inerzia

$$k_z = 0.5 \left( 1 + \beta_c (\lambda_{rel,z} - 0.3) + \lambda_{rel,z}^2 \right) \quad k_y = 0.5 \left( 1 + \beta_c (\lambda_{rel,y} - 0.3) + \lambda_{rel,y}^2 \right)$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \quad k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}}$$

$\beta_c = 1.0$  per il legno lamellare incollato

$k_m = 0.7$  per sezioni rettangolari

La verifica è soddisfatta se:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

## VERIFICA DEI COLLEGAMENTI

Le tecniche di connessione comunemente utilizzate per strutture in legno lamellare, prevedono l'inserimento di elementi metallici in modo da trasmettere gli sforzi attraverso quest'ultimi agli altri elementi strutturali.

Esistono connettori metallici a gambo cilindrico (chiodi bulloni, perni, viti e cambre) e connettori metallici di superficie (caviglie, anelli, piastre dentate).

Uno dei metodi più semplici per realizzare un collegamento è quello di usare piastre metalliche esterne fissate lateralmente alla trave in legno tramite viti, chiodi, perni o bulloni.

Si possono creare nodi schematizzabili con cerniere o incastri.

Tuttavia, nel caso in cui sia richiesta una resistenza al fuoco superiore, o se per ragioni puramente estetiche non si vogliono troppi elementi metallici a vista, è prassi comune realizzare l'unione utilizzando piastre metalliche alloggiate all'interno di apposite fresature nel legno (piastre a scomparsa).

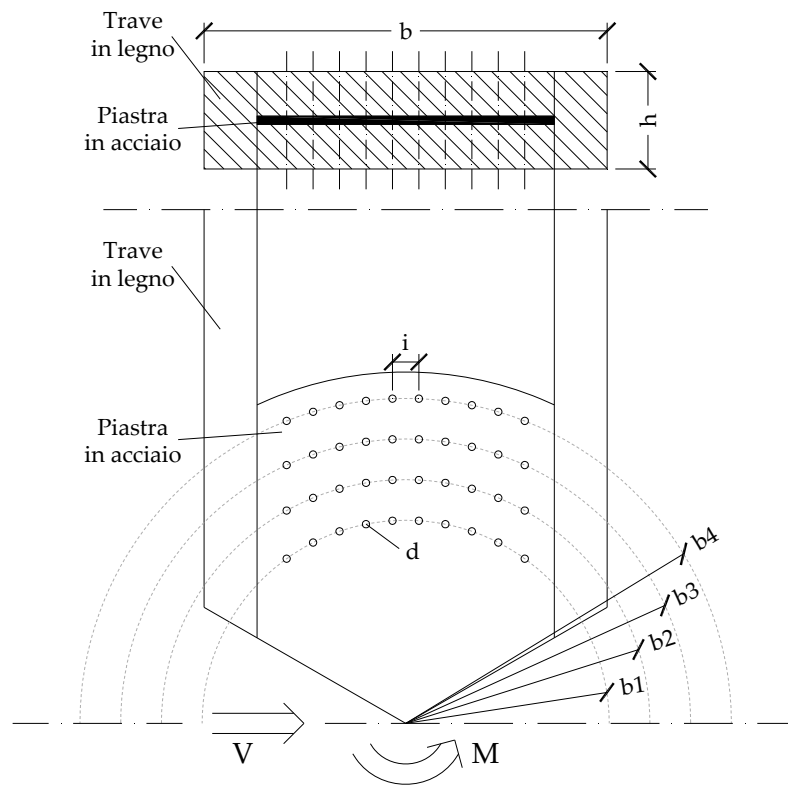
Nel caso di piastre forate per l'inserimento di elementi a gambo cilindrico, la rotazione del collegamento è da mettere in relazione con la possibilità di rifollamento del foro.

Risulta non banale affermare che un collegamento "infinitamente rigido", nel caso di giunzioni tra aste lignee, è praticamente impossibile da realizzare.

Per la struttura oggetto di studio è stato scelto di utilizzare piastre alloggiate all'interno delle travi e collegarle alle travi in legno mediante spinotti opportunamente protetti per ottenere l'adeguata resistenza al fuoco.

I nodi sono stati quindi schematizzati con incastri parziali, la cui rigidità è conferita dalla rigidità a flessione degli spinotti stessi.

La scelta del tipo di connessione, del tipo di alloggiamento della piastra e della rigidità del nodo a rotazione nei due piani principali della sezione, risulta determinante per la verifica globale della struttura, sia dal punto di vista tensionale, che deformativo.



Il taglio impegna in ugual misura tutti gli spinotti. Ogni spinotto riceve uno sforzo di taglio come quota parte del taglio totale nel nodo:

$$F_T = \frac{V}{n_V n_{TOT}}$$

Dove:

$T$ : taglio di trave

$n_{TOT}$ : numero totale di spinotti

$n_V$ : numero delle sezioni resistenti per ciascun spinotto. Nel caso in esame:

$$n_V = 2$$

Il momento flettente impegna i bulloni proporzionalmente alla distanza dal baricentro  $b_i$ .

$$F_{M,i} = \frac{M \times b_i}{n_V n_i \sum_i b_i^2}$$

Dove:

$M$ : momento flettente

$b_i$ : braccio della  $i$ -esima fila di spinotti

$n_i$ : numero di spinotti della  $i$ -esima fila

In totale sullo spinotto più caricato graverà, per piano di taglio, il seguente sforzo tagliante:

$$F_{v,Sd} = F_T + F_{M,i} = \frac{V}{n_v n_{TOT}} + \frac{M \times b_i}{n_v n_i \sum_i b_i^2}$$

La verifica risulta soddisfatta quando:

$$F_{v,Sd} < \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M}$$

Una volta verificata la resistenza del collegamento, occorre calcolare la rigidezza che esso produce, in quanto, come già descritto in precedenza, non è possibile, se non in condizioni particolari, realizzare giunti infinitamente rigidi a rotazione.

Si definisce il  $K_{ser}$  (modulo di scorrimento), nel modo seguente:

- per giunti realizzati con mezzi di unione del tipo a spinotto, bulloni o viti, il modulo di scorrimento  $K_{ser}$  per ciascun piano di taglio e per ciascun mezzo di unione sotto il carico di esercizio viene calcolato con:

$$K_{ser} = \rho_m^{1.5} \frac{d}{23}$$

Dove:

$\rho_m$ : massa volumica del legno in kg/m<sup>3</sup>

d: diametro dello spinotto (o bullone, o vite) in mm

Per connessioni acciaio-legno (come quelle utilizzate nel progetto oggetto di studio), la norma raccomanda che  $K_{ser}$  sia basato su  $\rho_m$  dell'elemento ligneo può essere moltiplicato per 2.0.

Per il calcolo allo SLE si utilizzerà:  $K_{ser} = 2 \times \rho_m^{1.5} \frac{d}{23}$

tenendo conto anche degli effetti della viscosità a lungo termine.

Per il calcolo allo SLU la norma raccomanda che il modulo di scorrimento sia calcolato come segue:

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser}$$

## VERIFICA DI DEFORMABILITA' AGLI SLE

Secondo la norma UNI EN 1995-1-1, La deformazione istantanea,  $u_{inst}$ , deve essere calcolata per la combinazione caratteristica delle azioni, utilizzando i valori medi dell'appropriato modulo di elasticità, modulo di taglio e modulo di scorrimento.

La deformazione finale,  $u_{fin}$ , deve essere calcolata per la combinazione quasi-permanente delle azioni.

La struttura consiste di elementi o componenti aventi differente comportamento viscoelastico, perciò la deformazione finale deve essere calcolata utilizzando valori medi finali dell'appropriato modulo di elasticità, modulo di taglio e modulo di scorrimento.

### Legno lamellare incollato: calcolo della viscosità

Si riporta quanto descritto nel paragrafo relativo alle caratteristiche dei materiali:

- Per gli stati limite di esercizio, se la struttura consiste di elementi o componenti aventi differenti proprietà dipendenti dal tempo, si raccomanda che il valore medio finale del modulo di elasticità,  $E_{mean,fin}$ , del modulo di taglio  $G_{mean,fin}$ , e del modulo di scorrimento,  $K_{ser,fin}$ , che sono utilizzati per calcolare la deformazione finale, sia ottenuto dalle espressioni seguenti:

$$E_{mean,fin} = \frac{E_{mean}}{1 + k_{def}} \quad G_{mean,fin} = \frac{G_{mean}}{1 + k_{def}} \quad K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{1 + k_{def}}$$

Dove:

$E_{mean,fin}$ : valore medio del modulo di elasticità

$G_{mean,fin}$ : valore medio del modulo di taglio

$K_{ser,fin}$ : modulo di scorrimento

$k_{def}$ : coefficiente per la valutazione della deformazione viscoelastica in funzione della pertinente classe di servizio

$\psi_2$ : coefficiente per il valore dell'azione quasi-permanente che causa la tensione più elevata in rapporto alla resistenza (se tale azione è un'azione permanente, si raccomanda che  $\psi_2$  sia sostituito da 1).

Valori di  $k_{def}$  per il legno e i materiali a base di legno

Materiale	Norma	Classe di servizio		
		1	2	3
Legno massiccio	EN 14081-1	0,60	0,80	2,00
Legno lamellare incollato	EN 14080	0,60	0,80	2,00
LVL	EN 14374, EN 14279	0,60	0,80	2,00
Compensato	EN 636			
	Parte 1	0,80	-	-
	Parte 2	0,80	1,00	-
	Parte 3	0,80	1,00	2,50
OSB	EN 300			
	OSB/2	2,25	-	-
	OSB/3, OSB/4	1,50	2,25	-

Si ha quindi una riduzione del 37.5% del modulo di elasticità, del modulo di taglio e del modulo di scorrimento (con il quale si valuta la rigidezza dei collegamenti).

Quindi:

$$k_{def}=0.6$$

$$E_{mean,fin} = \frac{E_{mean}}{1.60} \quad G_{mean,fin} = \frac{G_{mean}}{1.60} \quad K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{1.60}$$

<b><i>Legno Lamellare Incollato Omogeneo - GL36h</i></b>			
Modulo di elasticità	$E_{0,g,mean}=$	14700,00	N/mm <sup>2</sup>
	$E_{0,g,fin}=$	<b>9187,50</b>	<b>N/mm<sup>2</sup></b>
Modulo di taglio	$G_{g,mean}=$	910,00	N/mm <sup>2</sup>
	$G_{g,fin}=$	<b>568,75</b>	<b>N/mm<sup>2</sup></b>
Modulo di scorrimento	$K_{ser}=$	231094.79	kNm
	$K_{ser,fin}=$	105043.09	kNm

### Calcestruzzo: calcolo della viscosità

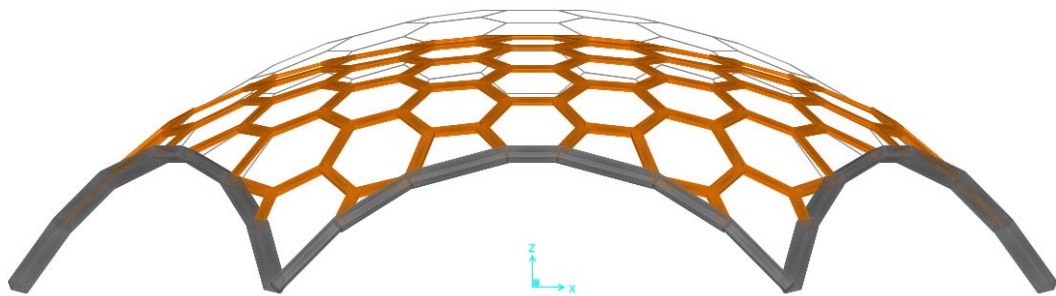
Si riporta quanto descritto nell' Appendice B della norma UNI EN 1992-1-1:

$$\phi(t,t_0) = 1,49$$

$$E_{c,fin} = \frac{E_c}{1 + \varphi}$$

<u>C40-50</u>			
$R_{ck}$	35,00	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza caratteristica cubica del calcestruzzo a compressione
$f_{ck}$	40,00	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza caratteristica cilindrica del calcestruzzo a compressione
$f_{cm}$	48,00	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza media cilindrica del calcestruzzo a compressione
$E_{cm}$	35220,46	N/mm <sup>2</sup>	Modulo elastico del calcestruzzo
$E_{cm,\infty}$	14166,86	N/mm <sup>2</sup>	Modulo elastico del calcestruzzo a $t=\infty$

### Calcolo della deformata



In definitiva la freccia massima di calcolo è la seguente:

$$f_{TOT}=f_{BT}+f_{LT,PP}+f_{LT,PERM}=42.74+22.98+47.35=113.07 \text{ mm}$$

La verifica risulta soddisfatta in quanto:

$$f_{TOT}= 113.07 \text{ mm} < f_{amm}= L/500 = 89000/500 = 178.00 \text{ mm}$$



## VERIFICA DI RESISTENZA AL FUOCO

Il procedimento analitico per la valutazione della resistenza a fuoco degli elementi costruttivi in legno prevede il calcolo della velocità di carbonatazione, la conseguente determinazione della sezione residua e, infine, il calcolo della capacità portante.

La norma europea UNI EN 1995-1-2 prevede tre diverse metodologie di calcolo:

- metodo della *sezione efficace*
- metodo della *resistenza e rigidezza ridotte*
- metodi generali di calcolo in cui la capacità portante e la rigidezza della sezione sono

Per la verifica della struttura è stato utilizzato il metodo della *sezione efficace*.

### Metodo della sezione efficace

Si esprime la resistenza al fuoco richiesta in minuti: R60

La profondità di carbonizzazione effettiva  $d_{ef}$  si calcola in funzione di una profondità nominale  $d_{char}$  (dipendente dal tempo) e di un parametro definito in funzione del tipo di legno  $k_0 d_0$ .

$$d_{ef} = d_{char} + k_0 d_0 = \beta_0 t + k_0 d_0$$

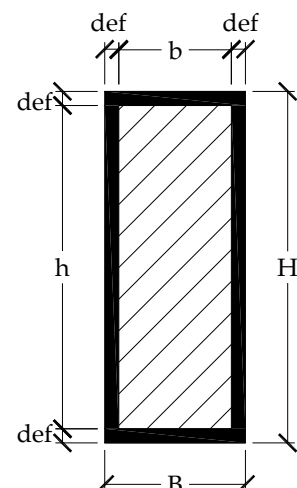
$\beta_0 = 0.7 \text{ mm/min}$  per legno lamellare incollato con massa volumica caratteristica  $>290 \text{ kg/m}^3$

$k_0 = 1$  coefficiente variabile tra 0 e 1

Quindi, per R60, si ottiene:

$$d_{ef} = \beta_0 t + k_0 d_0 = 0.7 \times 60 + 1.0 \times 7.0 = \mathbf{49 \text{ mm}}$$

La sezione efficace avrà dimensioni effettive ridotte:



Per quanto riguarda le caratteristiche del materiale, si definiscono le seguenti grandezze:

- per la verifica della capacità portante: 
$$f_{fi,d} = k_{mod,fi} k_{fi} \frac{f_k}{\gamma_{M,fi}}$$

$$E_{fi,d} = k_{mod,fi} k_{fi} \frac{E_{k,05}}{\gamma_{M,fi}}$$

- per la verifica di deformazione: 
$$E_{fi,d} = k_{mod,fi} \frac{E_{mean}}{\gamma_{M,fi}}$$

dove:

$f_k$ : resistenza caratteristica  $T$  normale

$E_{mean}$ : modulo di elasticità medio  $T$  normale

$k_{fi} = 1.15$  per legno lamellare e pannelli

$\gamma_{M,fi} = 1.0$

$k_{mod,fi} = 1.0$

## VERIFICA DI RESISTENZA AL SISMA

La progettazione antisismica, come prescritto nell'Eurocodice 8, deve essere concepita secondo il *Criterio della gerarchia delle resistenze*. In altre parole, occorre prevedere che gli elementi strutturali a comportamento plastico raggiungano lo stato post – elastico quando gli elementi a comportamento fragile sono ancora in fase elastica e ben lontani dal raggiungimento della rottura.

Nel caso delle strutture in legno tale criterio viene raggiunto attraverso un'adeguata progettazione dei giunti con connettori meccanici, con lo scopo di rendere gli elementi di legno più resistenti dei giunti (esattamente l'opposto del criterio seguito nella progettazione delle strutture in acciaio con unioni saldate).

La capacità di una struttura di essere duttile viene messa in conto attraverso il fattore di struttura "q". Anche per le strutture in legno, ovviamente, tale valore dipende dal tipo di schema strutturale e dalle caratteristiche dei giunti.

La cupola in legno lamellare oggetto di analisi può essere ritenuta una struttura poco dissipativa, con poche ma efficaci zone dissipative e di conseguenza può essere assunto un fattore di struttura q pari a 1,5.

L'analisi modale della struttura è stata eseguita per mezzo del programma di calcolo Sap2000 al fine di valutare le forme modali e, per ognuna, i corrispondenti periodi di vibrazione e masse globali partecipanti.

Nella valutazione degli effetti occorrerebbe, a rigore, considerare tutti i modi di vibrare, ma in genere solamente gli effetti dei primi "n" modi sono presi in considerazione, riducendo sensibilmente l'impegno di calcolo relativo alla soluzione del problema agli autovalori. Infatti, il coefficiente di partecipazione, e dunque il contributo dei modi alla risposta sismica degli edifici, si riduce progressivamente per i modi superiori. Un criterio per fissare a priori il valore "n" attualmente non esiste; a posteriori si può giudicare la bontà della scelta valutando la massa complessiva attivata dai modi considerati, così come precisato nella norma UNI EN 1998-1-1.

Tale norma prevede di considerare tutti i modi con massa partecipante totale superiore al 90%.

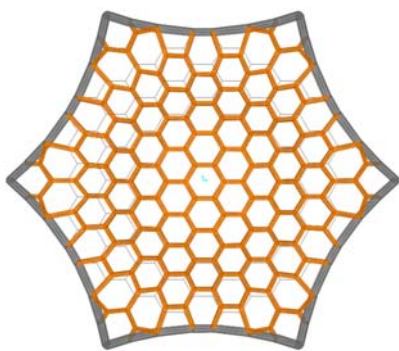
Si riportano nella seguente tabella i risultati forniti dal programma:

Modo	Periodo [sec]	Masse partecipanti individuali			Masse partecipanti cumulative		
		U <sub>x</sub>	U <sub>y</sub>	U <sub>z</sub>	U <sub>x</sub>	U <sub>y</sub>	U <sub>z</sub>
<b>1</b>	<b>0.3759</b>	<b>0.0096</b>	<b>0.0061</b>	<b>0.0114</b>	<b>0.0096</b>	<b>0.0061</b>	<b>0.0114</b>
<b>2</b>	<b>0.3736</b>	<b>0.1500</b>	<b>0.2500</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1600</b>	<b>0.2600</b>	<b>0.0114</b>
<b>3</b>	<b>0.3725</b>	<b>0.2400</b>	<b>0.1500</b>	<b>0.0005</b>	<b>0.4000</b>	<b>0.4100</b>	<b>0.0119</b>
<b>4</b>	0.3321	0.0007	0.0291	0.0000	0.4000	0.4400	0.0119
<b>5</b>	0.3310	0.0319	0.0014	0.0000	0.4400	0.4400	0.0119
<b>6</b>	0.3120	0.0000	0.0000	0.0000	0.4400	0.4400	0.0119
<b>7</b>	0.3119	0.0000	0.0000	0.0000	0.4400	0.4400	0.0119
<b>8</b>	0.3035	0.0000	0.0000	0.0000	0.4400	0.4400	0.0119
<b>9</b>	0.2968	0.0000	0.0000	0.0036	0.4400	0.4400	0.0155
<b>10</b>	0.2934	0.0000	0.0000	0.0000	0.4400	0.4400	0.0155
...	...	...	...	...	...	...	...
<b>205</b>	0.0380	0.0001	0.0000	0.0000	0.8900	0.8900	0.7100
<b>206</b>	0.0375	0.0000	0.0000	0.0000	0.8900	0.8900	0.7100
<b>207</b>	0.0374	0.0000	0.0000	0.0000	0.8900	0.8900	0.7100
<b>208</b>	0.0374	0.0000	0.0000	0.0000	0.8900	0.8900	0.7100
<b>209</b>	0.0372	0.0000	0.0000	0.0000	0.8900	0.8900	0.7100
<b>210</b>	0.0366	0.0000	0.0000	0.0000	0.8900	0.8900	0.7100
<b>211</b>	0.0339	0.0003	0.0004	0.0000	0.8900	0.8900	0.7100
<b>212</b>	<b>0.0339</b>	<b>0.0005</b>	<b>0.0003</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.9000</b>	<b>0.9000</b>	<b>0.7100</b>
<b>213</b>	0.0339	0.0000	0.0000	0.0000	0.9000	0.9000	0.7100
<b>214</b>	0.0337	0.0000	0.0000	0.0000	0.9000	0.9000	0.7100
<b>215</b>	0.0334	0.0000	0.0000	0.0000	0.9000	0.9000	0.7100
...	...	...	...	...	...	...	...
<b>270</b>	0.0112	0.0000	0.0000	0.0000	0.9500	0.9500	0.8800
<b>271</b>	0.0111	0.0000	0.0000	0.0000	0.9500	0.9500	0.8800
<b>272</b>	0.0111	0.0000	0.0000	0.0001	0.9500	0.9500	0.8800
<b>273</b>	<b>0.0110</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0398</b>	<b>0.9500</b>	<b>0.9500</b>	<b>0.9200</b>

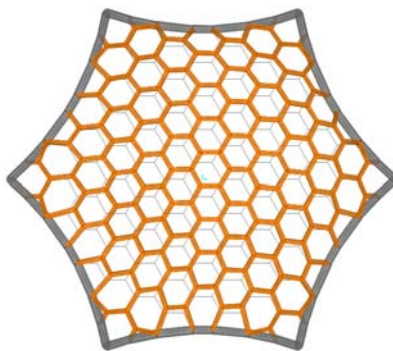
Dall'analisi del modello e dei risultati ottenuti, si nota come sia necessario un considerare un numero elevato di modi di vibrare per poter ottenere il 90% della massa partecipante cumulativa per tutte e tre le direzioni.

Le forme più significative sono quelle corrispondenti al modo n°2 e al modo n°3, in quanto la massa partecipante individuale risulta la maggiore fra tutte le forme analizzate.

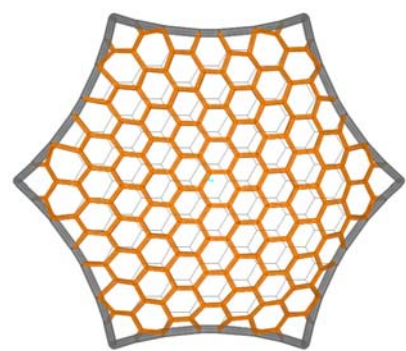
Di seguito si riportano le forme modali corrispondenti ai primi tre modi di vibrare della struttura:



**MODO 1 –  $T_1=0.3759$  sec**



**MODO 2 –  $T_2=0.3736$  sec**

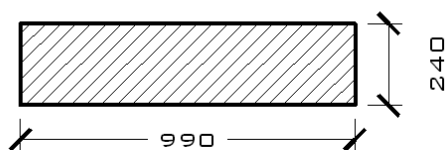


**MODO 3 –  $T_3=0.3736$  sec**

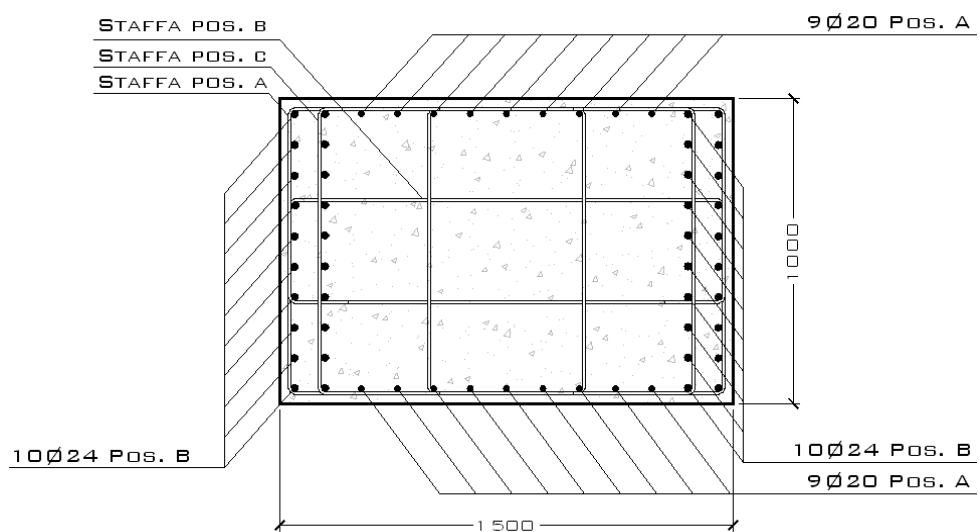
### 4.3 – Calcoli e verifiche

Di seguito si riportano le sezioni degli elementi in legno e degli archi in calcestruzzo:

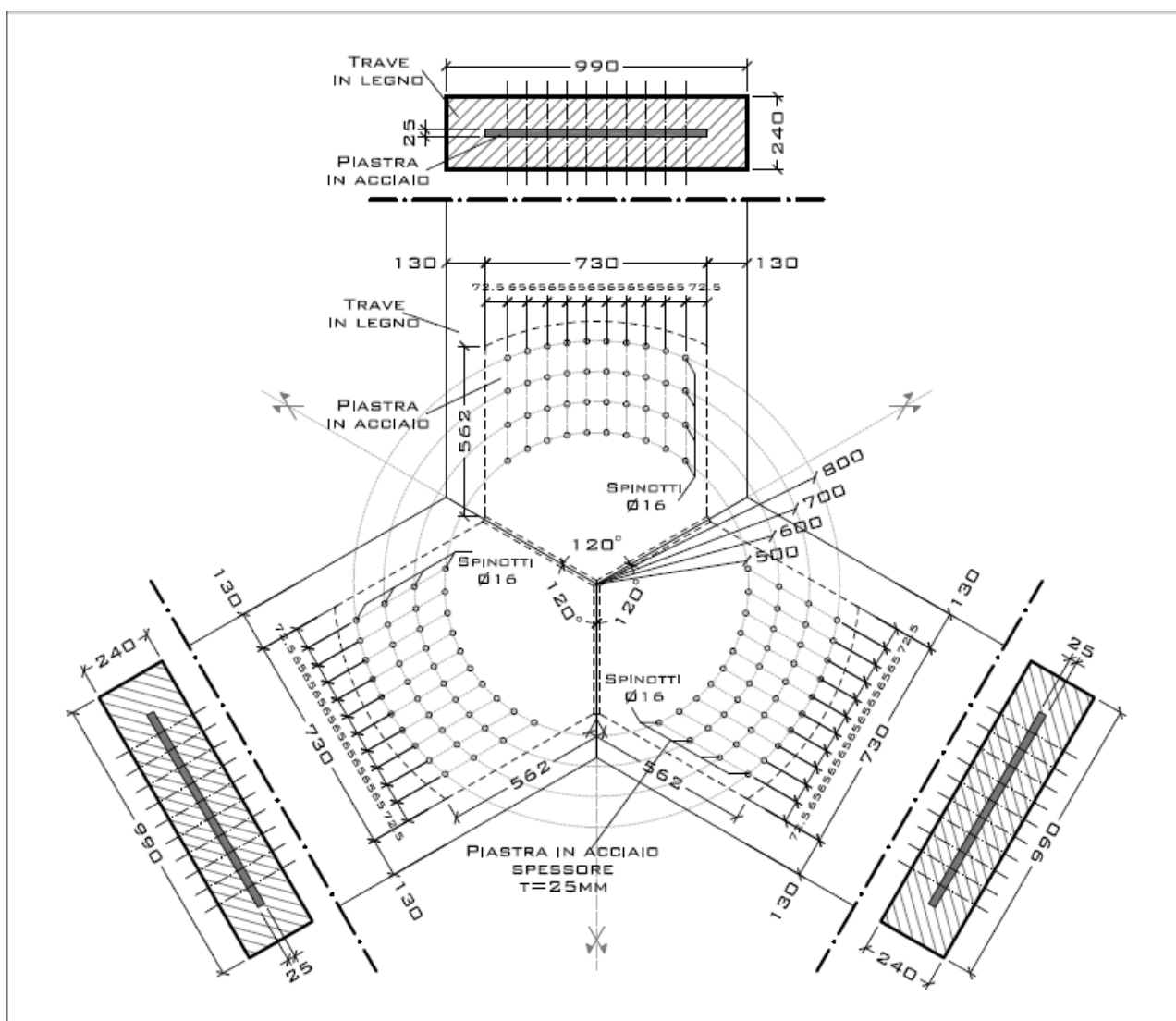
#### TRAVE IN LEGNO LAMELLARE



#### ARCO IN CALCESTRUZZO



Il nodo viene realizzato nel modo seguente:



I risultati del calcolo sono i seguenti:

	<i>N</i> [kN]	<i>M</i> [kNm]	<i>Sezione</i> [mmxmm]	<i>Resistenza</i> [N/mm <sup>2</sup> ]
<i>Verifica di resistenza allo SLU</i>	286.27	507.42	990x240	22.32
<i>Verifica di resistenza al fuoco</i>	236.99	150.91	892x142	35.65
<i>Verifica di resistenza sismica</i>	122.55	27.57	990x240	27.28

Confrontando i risultati ottenuti, si nota come la verifica statica agli SLU risulti determinante per il dimensionamento della struttura.

## 4.3 – Conclusioni

La struttura a cupola a maglia esagonale è stata studiata in modo che si realizzasse un comportamento membranale.

Il principale risultato raggiunto è stato associare la rigidezza assiale delle strisce di parallelo alla deformabilità della maglia esagonale e quindi, a sua volta, alla rigidezza flessionale delle singole travi nel piano tangente al grigliato. Tanto maggiore è la rigidezza flessionale delle travi nel piano tangente, tanto più la struttura si avvicina ad un comportamento membranale, in quanto aumenta la rigidezza assiale delle fasce di parallelo.

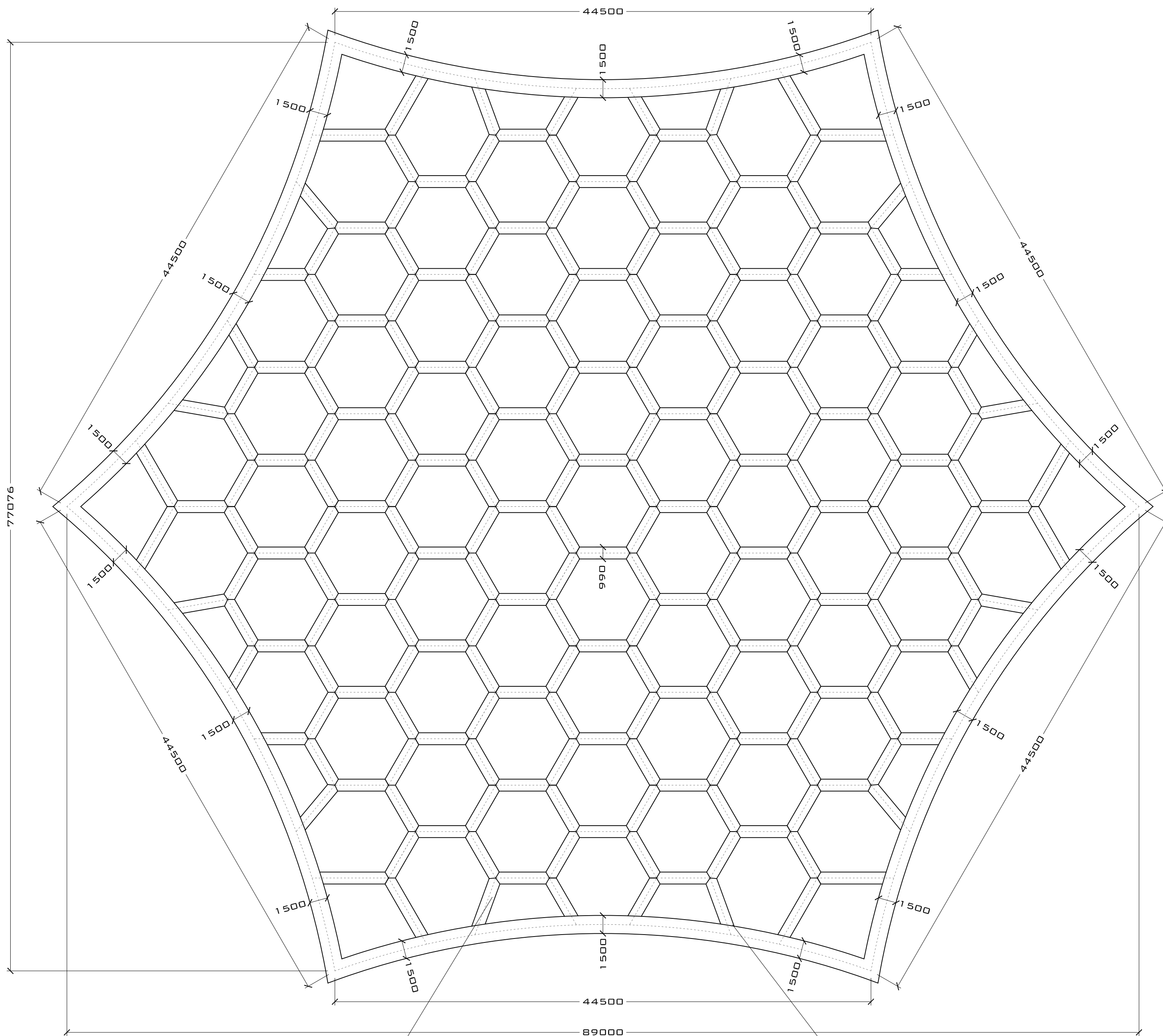
In definitiva, si ritiene maggiormente adeguata una soluzione che prevede la disposizione delle aste, di sezione rettangolare, con rapporto larghezza/altezza elevato.

Successivamente, si è proceduto alla verifica degli elementi costruttivi e dei collegamenti secondo quanto prescritto negli Eurocodici. Per le caratteristiche dei materiali impiegati, la verifica di resistenza statica agli SLU risulta determinante per il progetto della struttura.

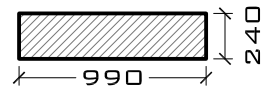
Per quanto riguarda i collegamenti, è possibile realizzare solo nodi parzialmente rigidi. A questo proposito, il loro dimensionamento si basa principalmente sulla rigidezza che essi conferiscono al nodo e in secondo luogo alla capacità portante.

Infine, è stata rivolta particolare attenzione alla progettazione di dettaglio, al fine di conferire alla struttura complessiva l'adeguata rigidezza e resistenza in caso di incendio.

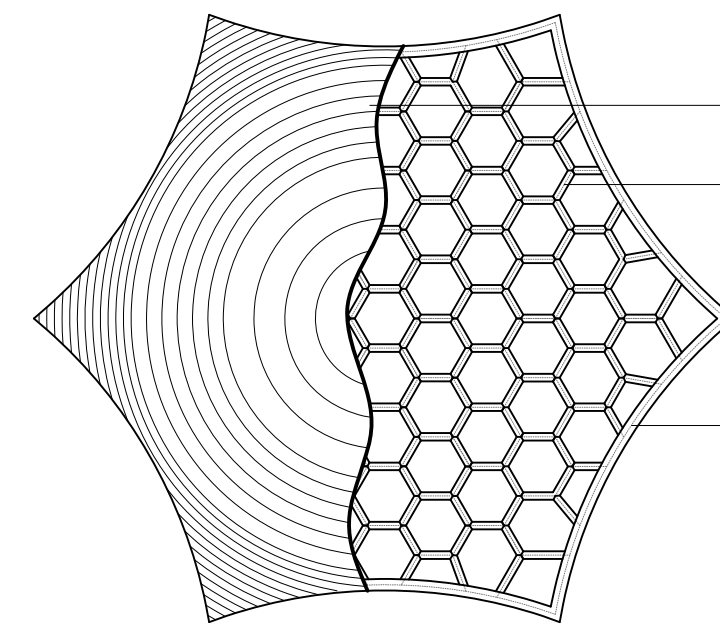
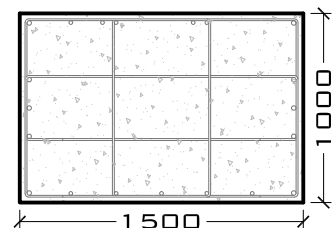




TRAVE IN LEGNO LAMELLARE



ARCO IN CALCESTRUZZO



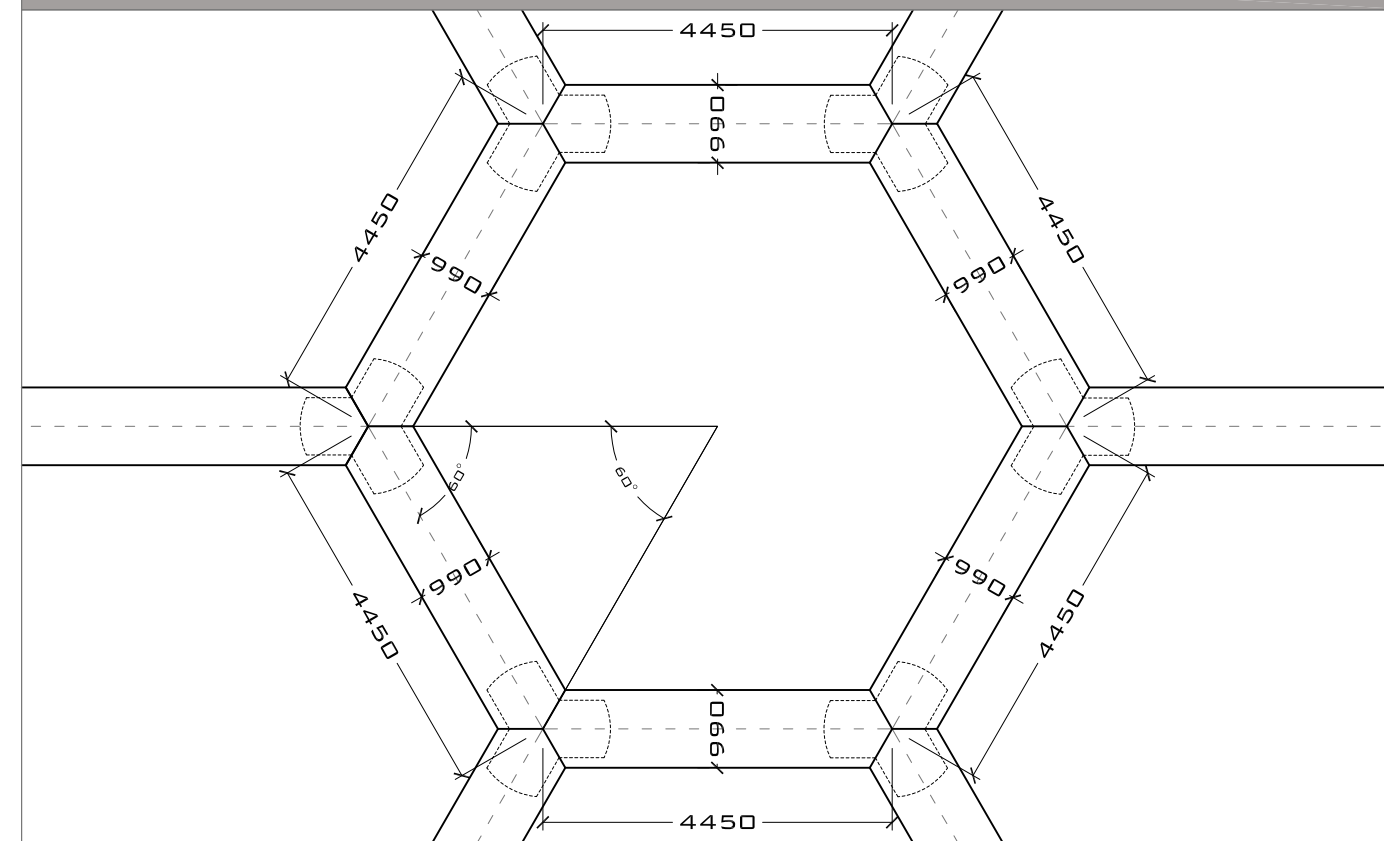
COPERTURA

TRAVE IN LEGNO LAMELLARE  
GL36H

ARCO IN CLS ARMATO  
C40/50

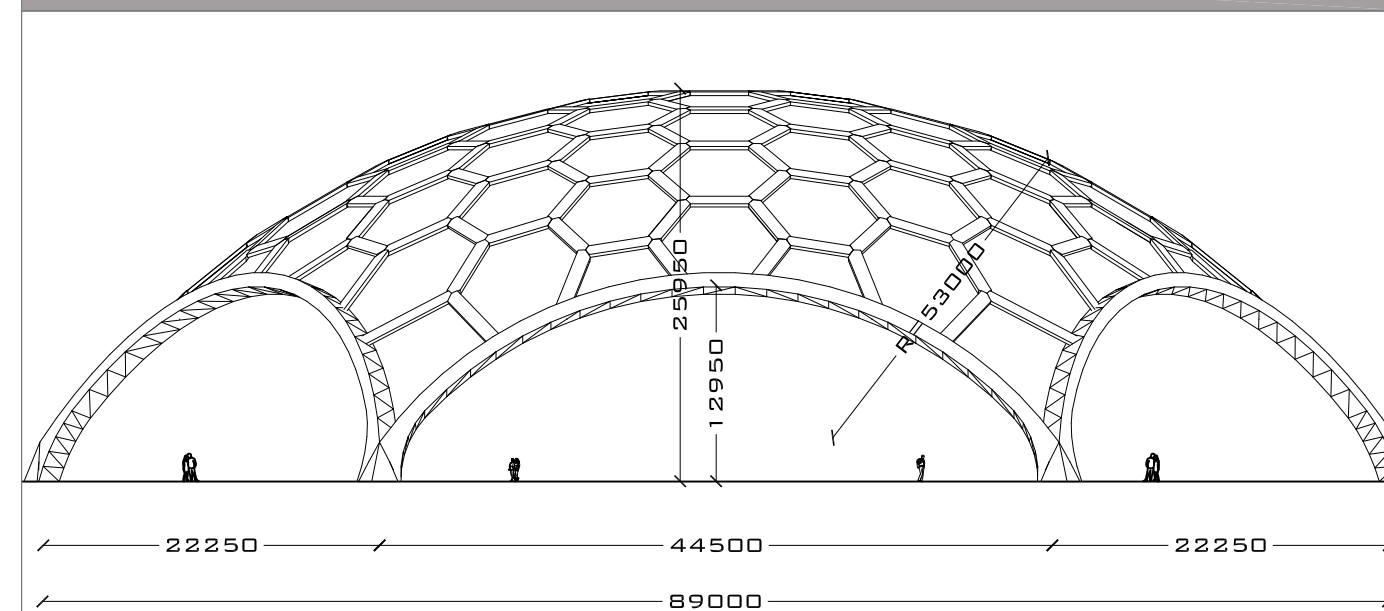
SCALA 1: 1000

SCHEMA DI RIFERIMENTO - MATERIALI



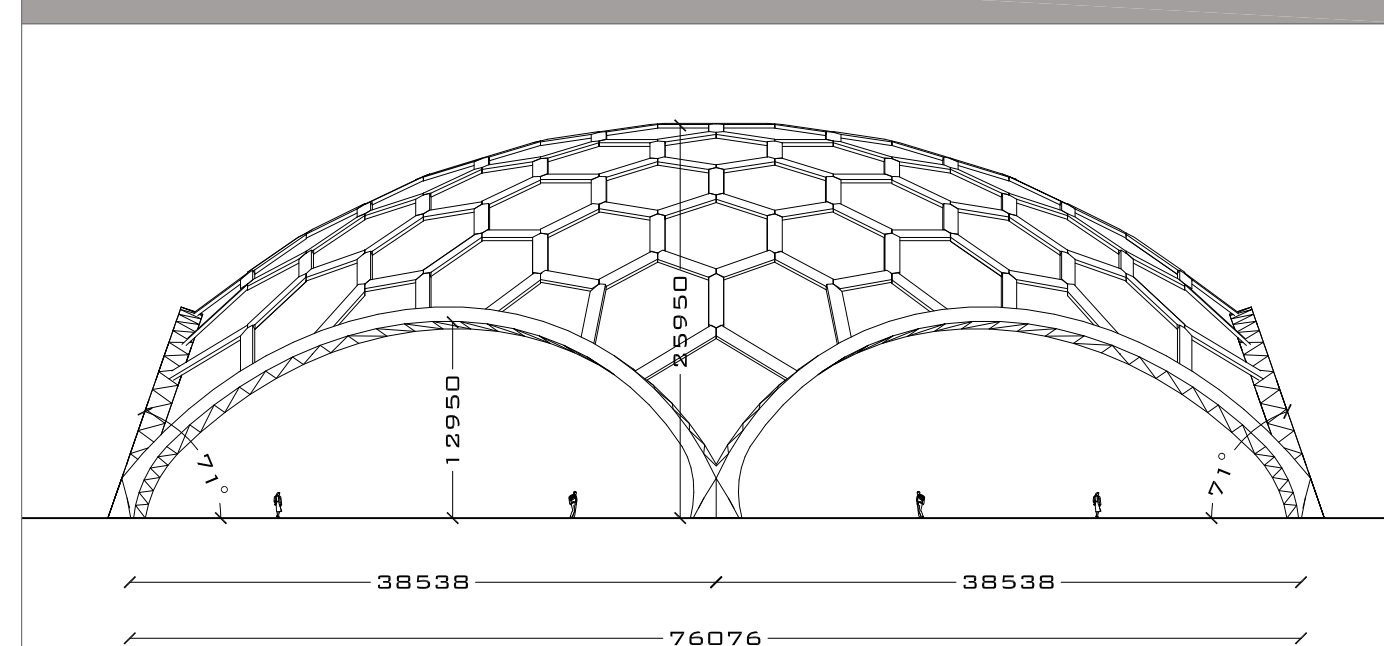
SCALA 1: 100

DIMENSIONI MAGLIA



SCALA 1: 500

UNIFILARE PROSPETTO FRONTALE



SCALA 1: 500

UNIFILARE PROSPETTO LATERALE

PIANTA

SCALA 1: 250



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE**  
FACOLTA' DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA  
IN INGEGNERIA CIVILE  
A.A. 2007/2008

**TESI DI LAUREA**

COPERTURE DI GRANDE LUCE IN LEGNO LAMELLARE:  
PROGETTO STRUTTURALE CON GLI EUROCODICI  
DELLA COPERTURA DI UN PALAZZETTO  
DELLO SPORT POLIVALENTE

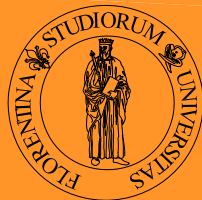
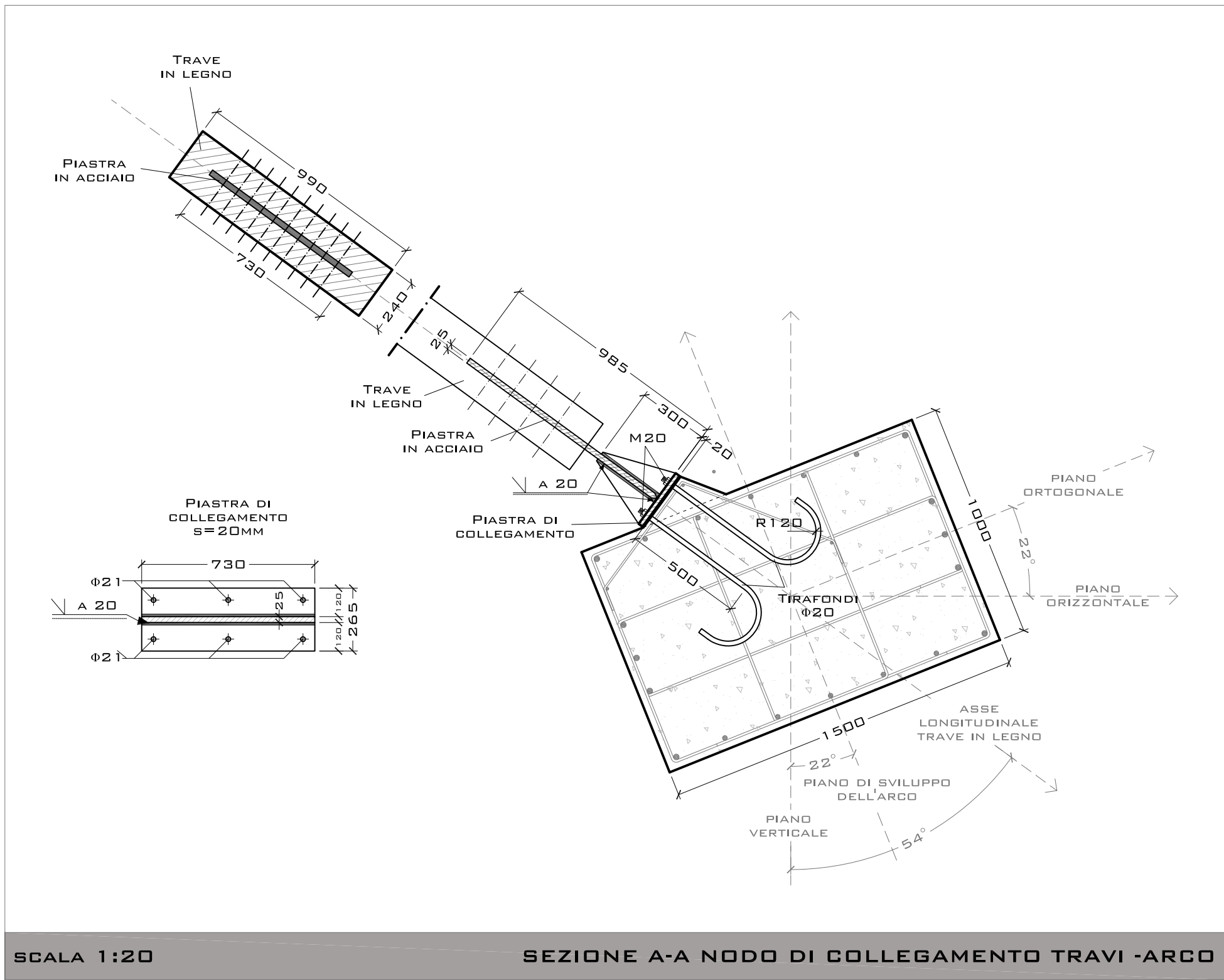
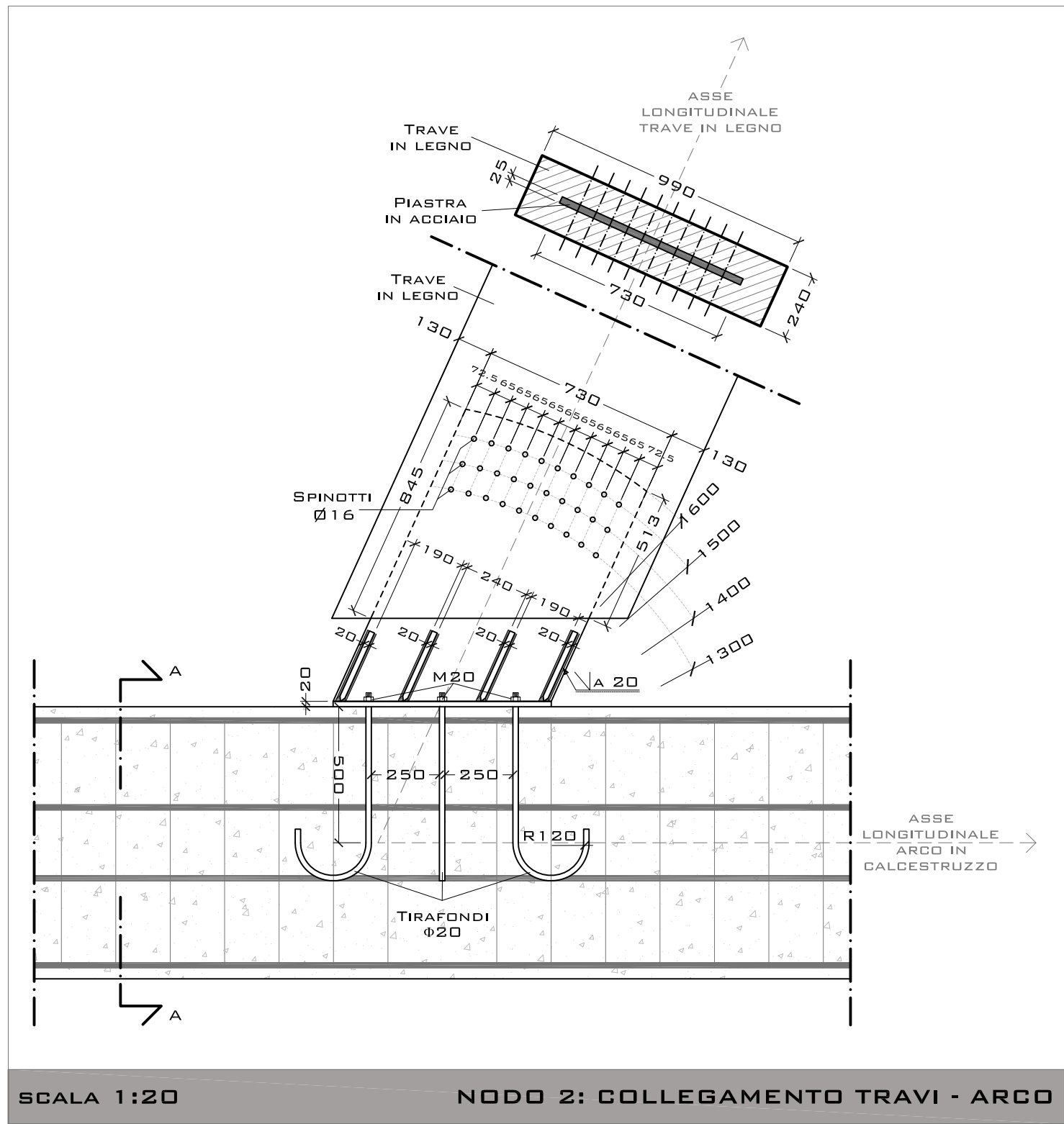
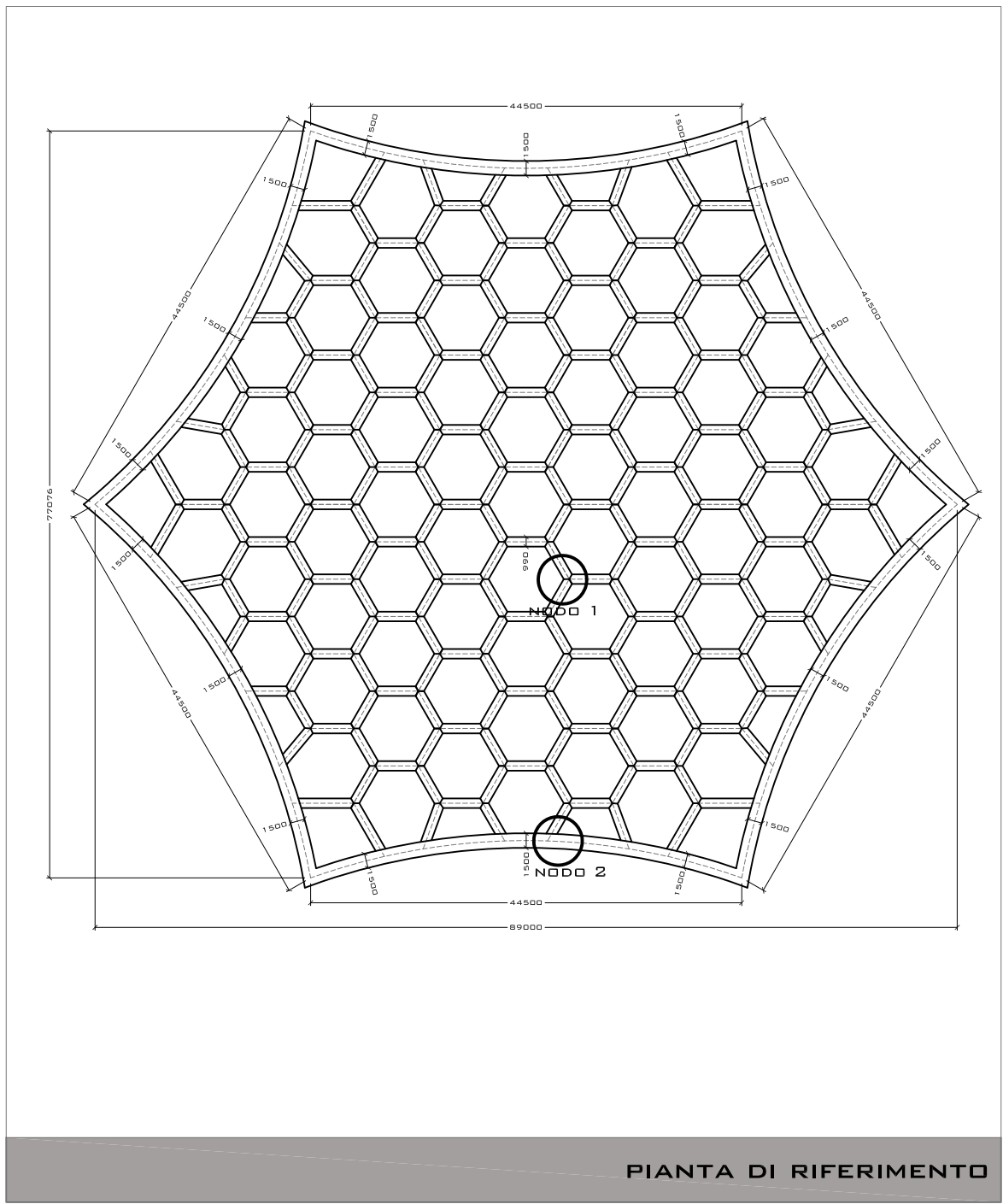
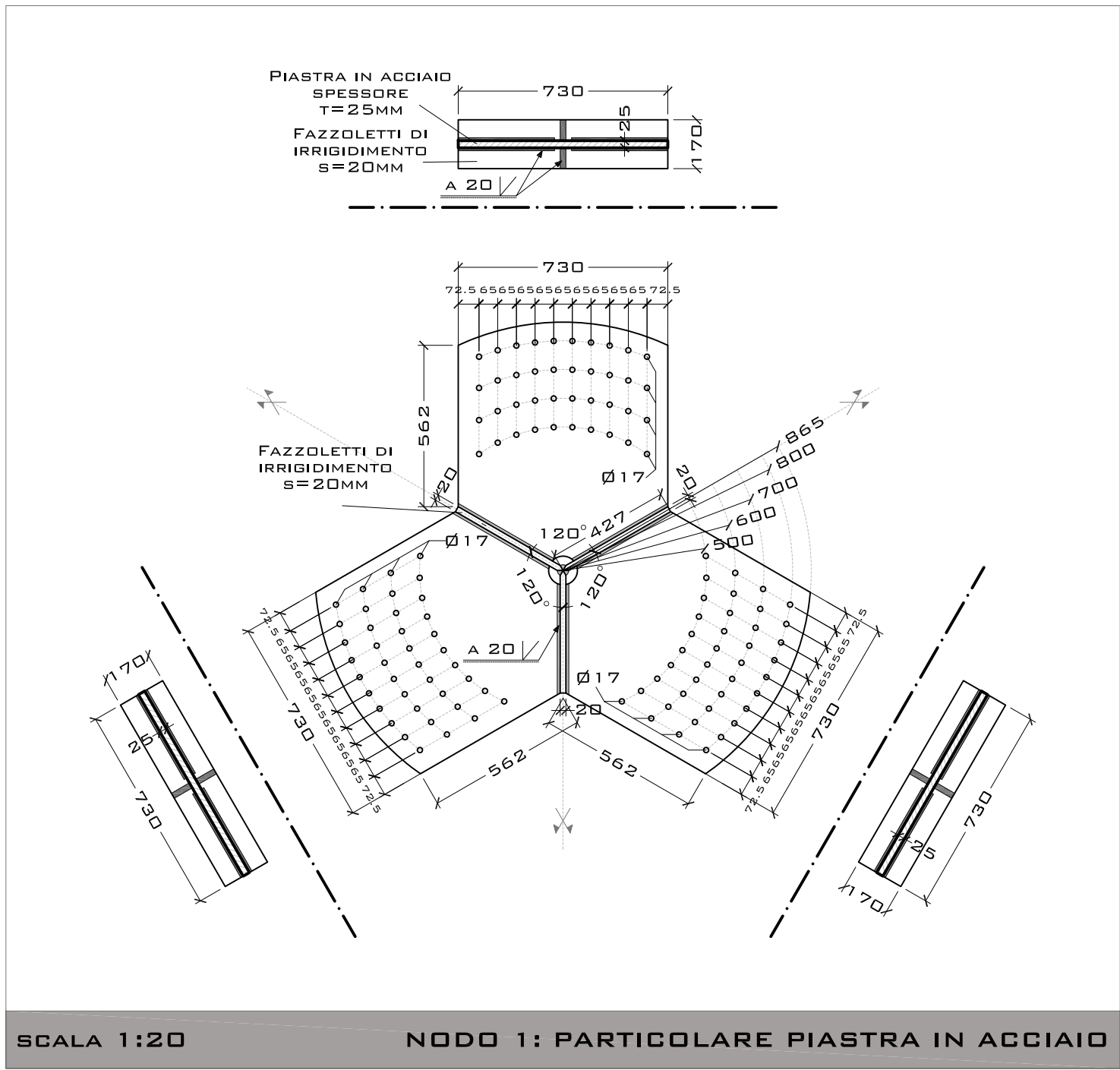
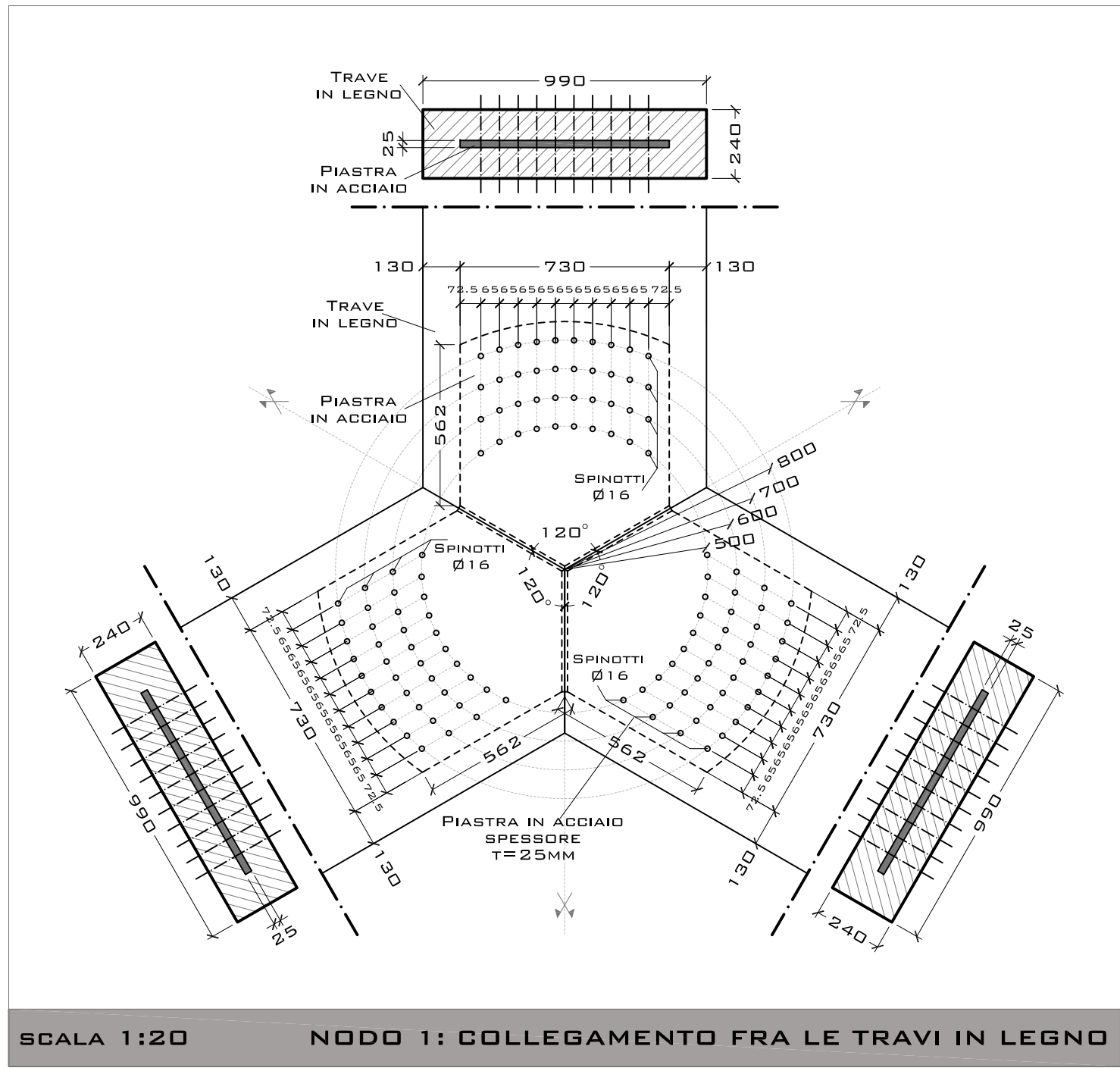
RELATORI: **PROF. ING. P. SPINELLI**  
**PROF. ING. M. ORLANDO**  
**ING. M. P. LAURIOLA**  
STUDENTI: **FABRIZIO PUCCI**  
**MATTEO SALLEOLINI**

- PIANTA
- PROSPETTO FRONTALE
- PROSPETTO LATERALE

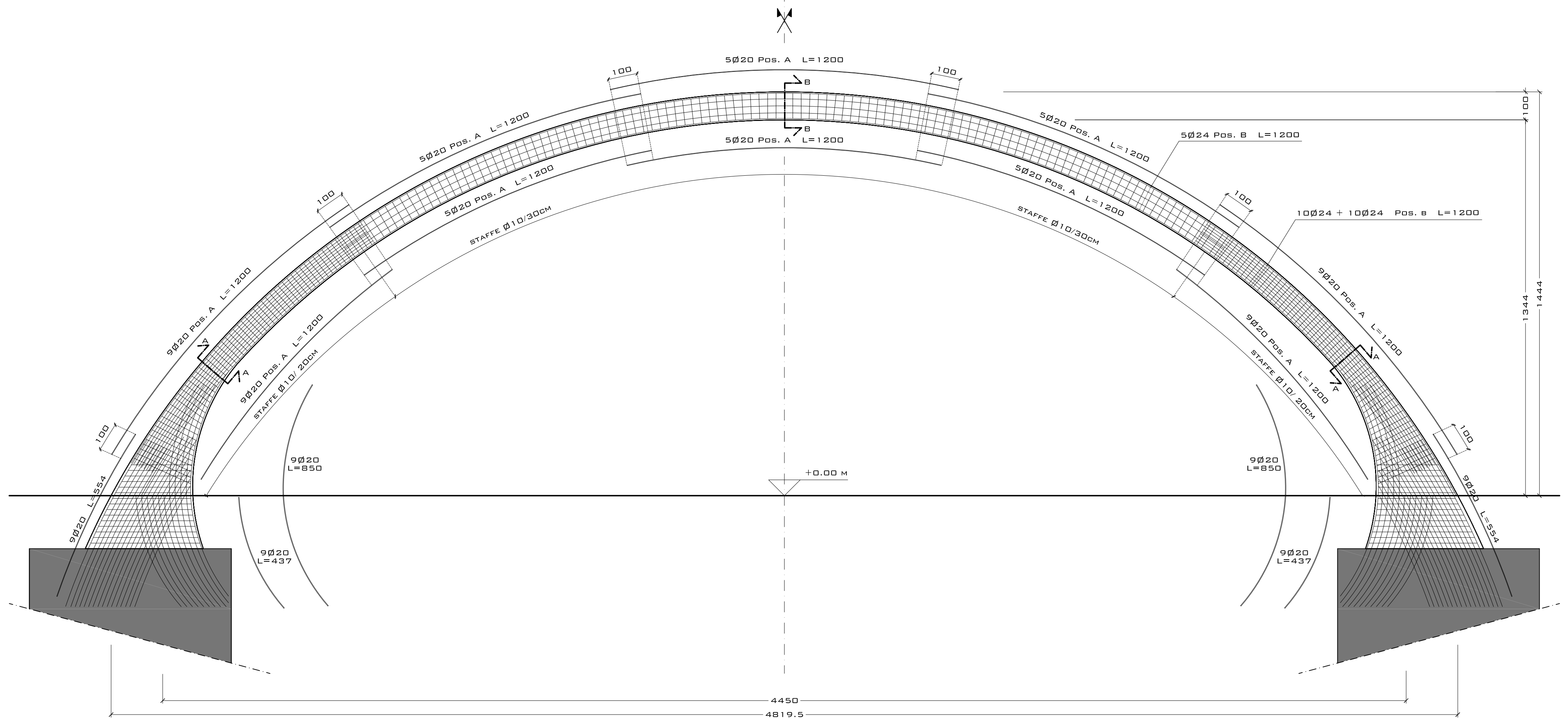
N.B. LE MISURE SONO ESPRESSE IN MM

TAVOLA

01

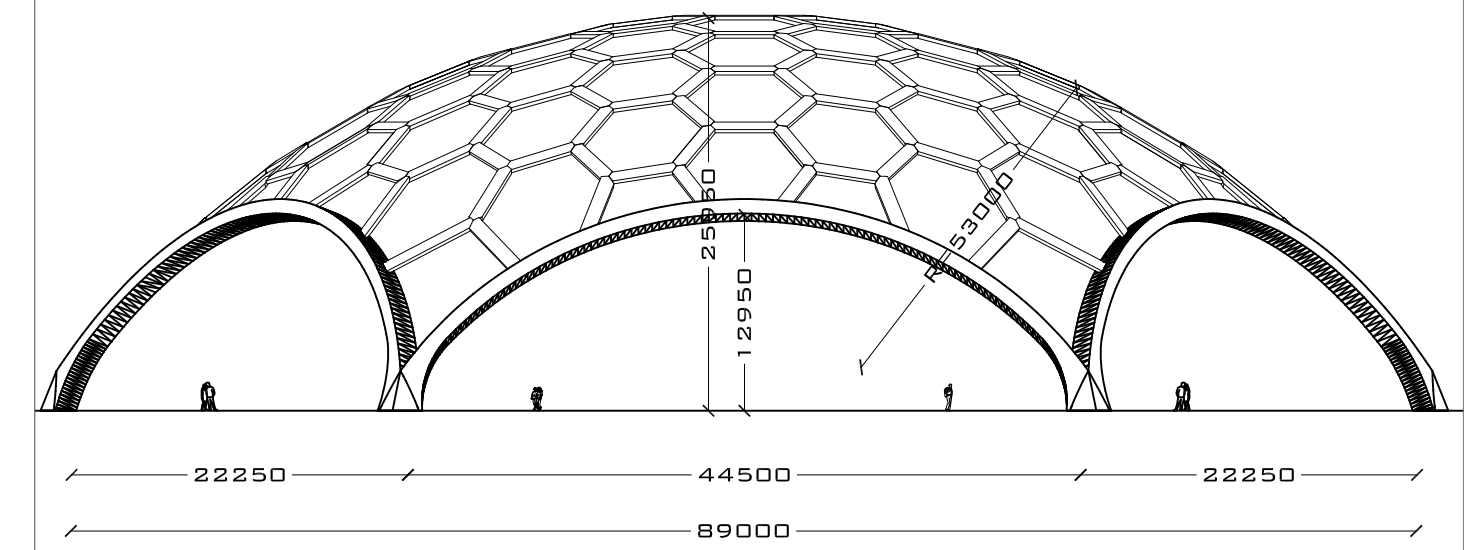
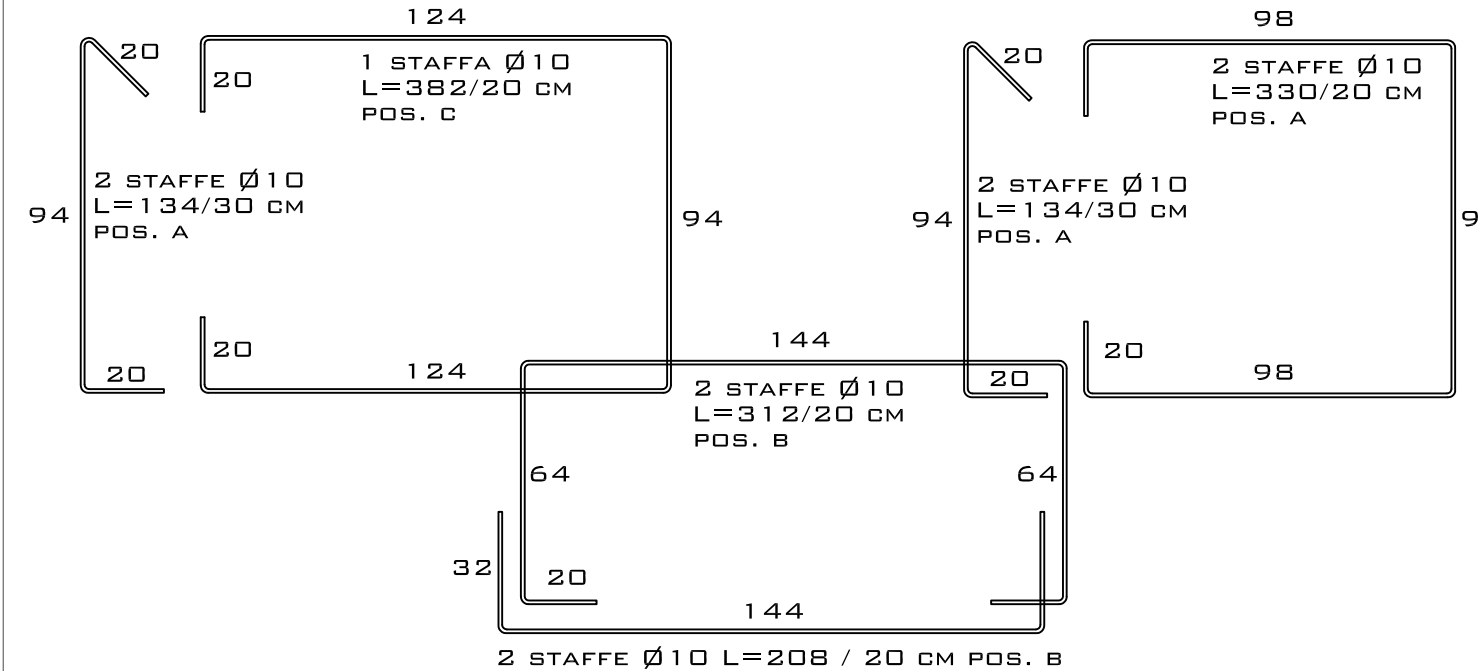
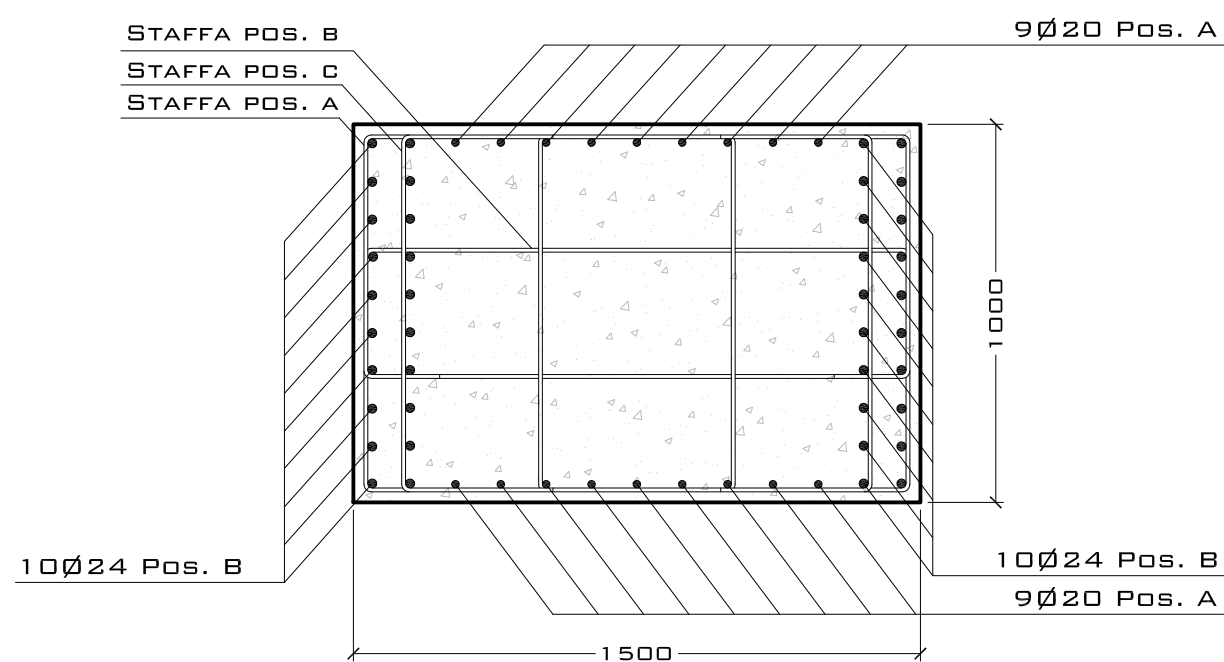






SCALA 1:100

CARPENTERIA ARCO IN CALCESTRUZZO ARMATO

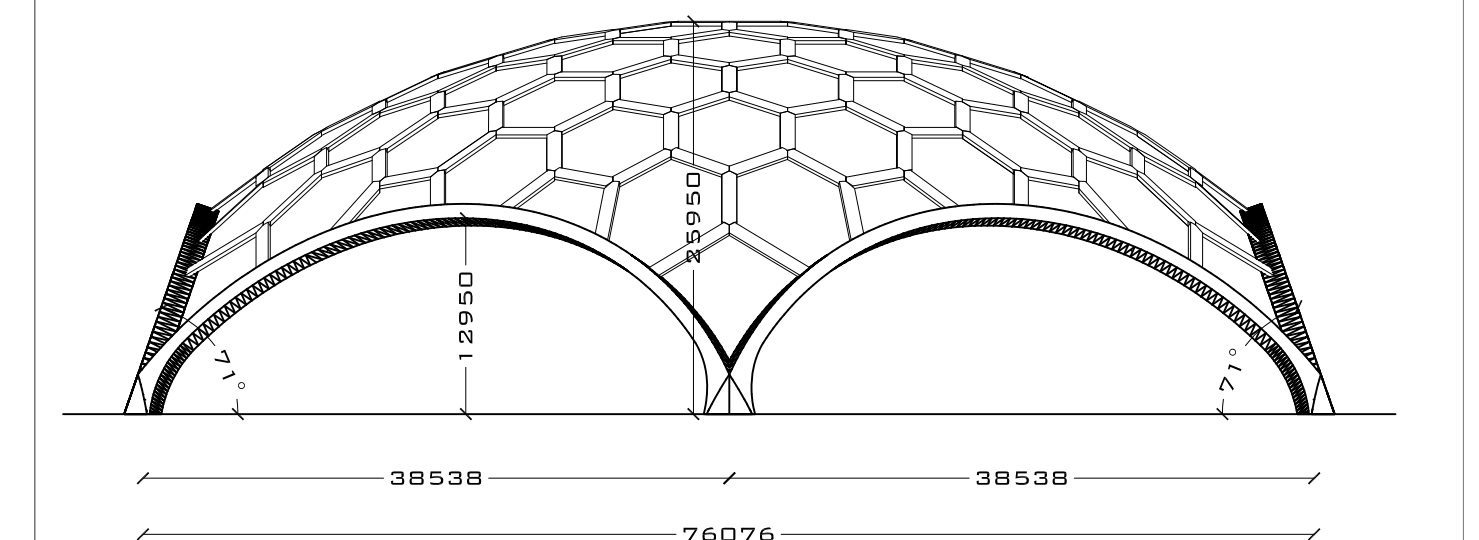
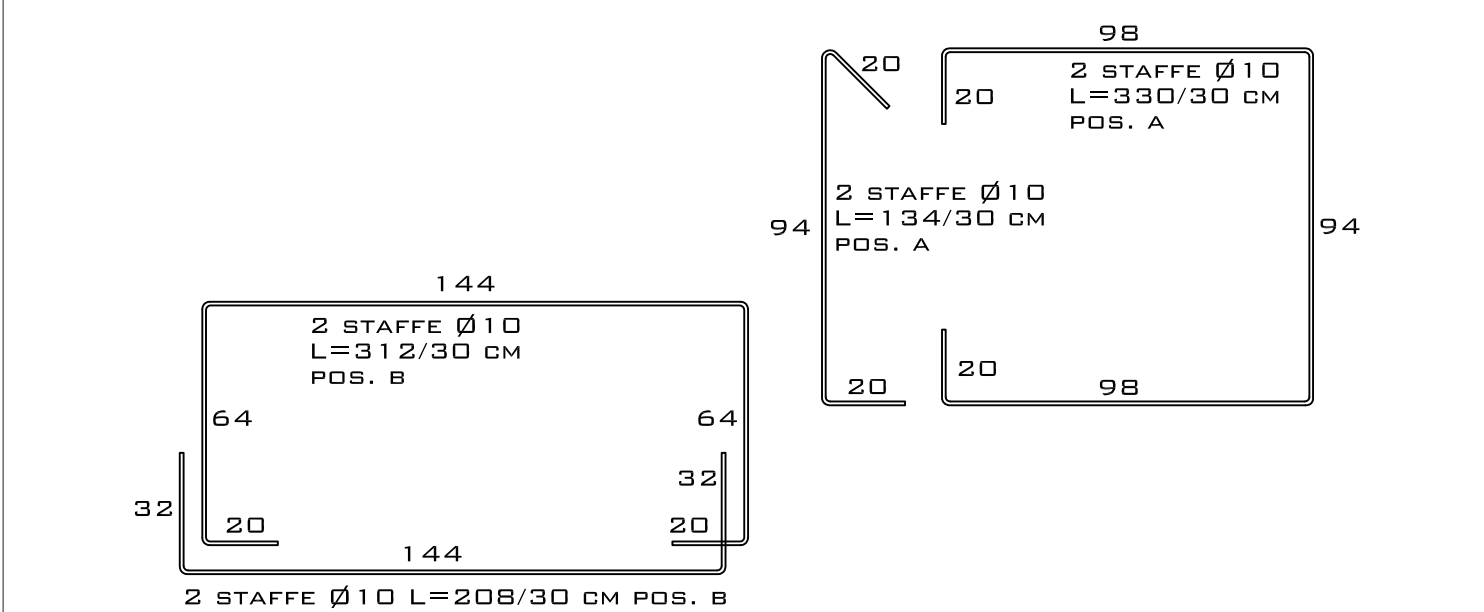
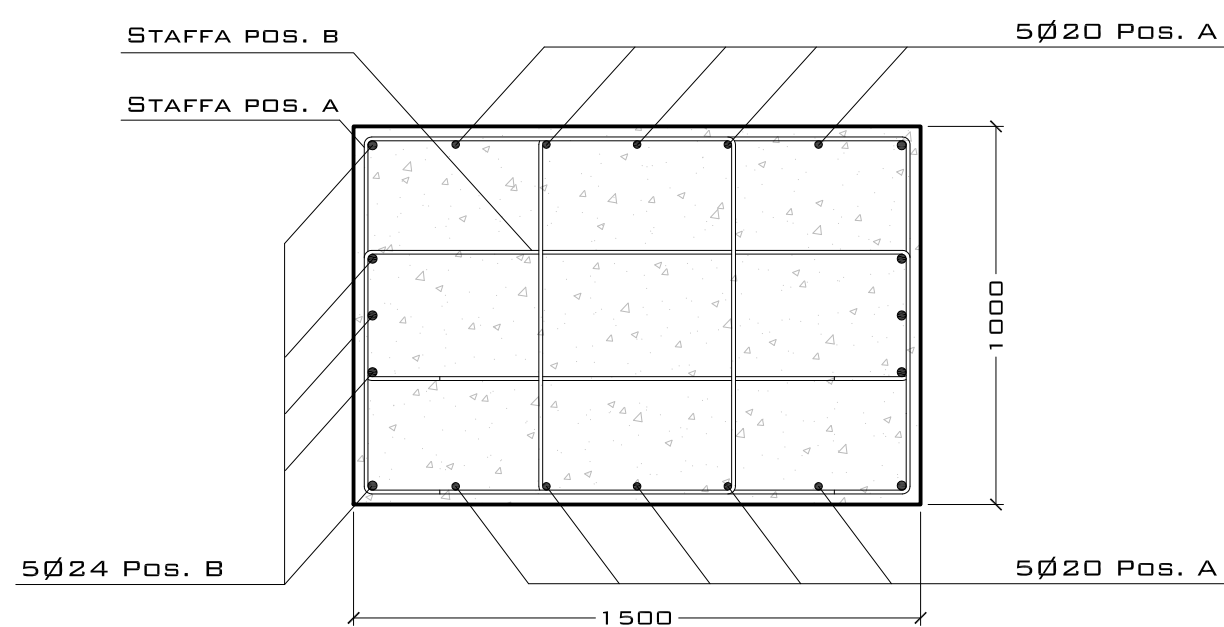


SCALA 1:20

SEZIONE A-A

SCALA 1: 500

PROSPETTO FRONTALE



SCALA 1:20

SEZIONE B-B

SCALA 1: 500

PROSPETTO LATERALE



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FIRENZE  
FACOLTA' DI INGEGNERIA  
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA  
IN INGEGNERIA CIVILE  
A.A. 2007/2008

TESI DI LAUREA  
COPERTURE DI GRANDE LUCE IN LEGNO LAMELLARE:  
PROGETTO STRUTTURALE CON GLI EUROCODICI  
DELLA COPERTURA DI UN PALAZZETTO  
DELLO SPORT POLIVALENTE

RELATORI: PROF. ING. P. SPINELLI  
PROF. ING. M. ORLANDO  
ING. M. P. LAURIOLA  
STUDENTI: FABRIZIO PUCCI  
MATTEO SALLEOLINI

- DISTINTA ARMATURE ARCO  
- SEZIONI TIPOLOGICHE  
N.B. LE MISURE SONO ESPRESSE IN CM

TAVOLA

03