

8. Многочлени

Многочлени
POLINOMI

У попередньому пункті ви дізналися, що добуток одночленів є одночленом. Інша справа із сумою одночленів. Наприклад, вирази $2a+b^2$ і $2a-b^2$ не є одночленами. Перший із них є сумою одночленів $2a$ і b^2 , а другий — сумою одночленів $2a$ і $-b^2$.

Означення. Вираз, який є сумою кількох одночленів, називають **многочленом**.

Ось ще приклади многочленів: $7xy+y-11$; $x^4-2x^3+5x^2-x+1$; $3a-a+b$; $11x-2x$.

Одночлени, з яких складено многочлен, називають **членами многочлена**. Так, членами многочлена $7xy+y-11$ є одночлени $7xy$, y і -11 .

Многочлен, який складається з двох членів, називають **двочленом**, а той, який складається з трьох членів, — **тричленом**. Домовилися розглядати одночлен як окремий вид многочлена. Вважають, що такий многочлен складається з одного члена.

Зв'язки між многочленами, одночленами та їхнім окремим видом — числами ілюструє схема, зображена на рисунку 5.



Рис. 5

Якщо серед одночленів, з яких складається многочлен, є подібні, то їх називають **подібними членами многочлена**. Наприклад, у многочлені $\underline{7a^2b} - \underline{3a} + \underline{4} - \underline{a^2b} - \underline{1} + \underline{a} + \underline{b}$ подібні члени підкреслено однаковою кількістю рисочок.

Використовуючи правило зведення подібних доданків, спростимо цей многочлен:

$$7a^2b - 3a + 4 - a^2b - 1 + a + b = 6a^2b - 2a + b + 3.$$

Таке спрощення називають **зведенням подібних членів многочлена**. Це перетворення дає змогу замінити многочлен на тотожно рівний йому, але простіший — з меншою кількістю членів.

членами
SIMILI

9. Додавання і віднімання многочленів

ADDIZIONE E
SOTTRAZIONE DI
POLINOMI

Нехай треба додати два многочлени $3xy^2 + 5x^2y^2 - 7xy + x + 11$ і $-2xy^2 + x^2y^2 + 2xy + y - 2$. Для цього візьмемо їх у дужки й поставимо між ними знак «плюс». Потім розкриємо дужки та зведемо подібні доданки (якщо такі є).

Отримуємо:

$$\begin{aligned} & (3xy^2 + 5x^2y^2 - 7xy + x + 11) + (-2xy^2 + x^2y^2 + 2xy + y - 2) = \\ & = \underline{3xy^2} + \underline{5x^2y^2} - \underline{7xy} + \underline{x} + \underline{11} - \underline{2xy^2} + \underline{x^2y^2} + \underline{2xy} + \underline{y} - \underline{2} = \\ & = xy^2 + 6x^2y^2 - 5xy + x + y + 9. \end{aligned}$$

10. Множення одночлена на многочлен

MOLTIPLICAZIONE DI
MONOMIO PER
POLINOMIO

Помножимо одночлен $2x$ на многочлен $3x + 2y - 5$. Для цього запишемо добуток $2x(3x + 2y - 5)$. Розкриємо дужки, застосувавши розподільну властивість множення. Маємо:

$$2x(3x + 2y - 5) = 2x \cdot 3x + 2x \cdot 2y - 2x \cdot 5 = 6x^2 + 4xy - 10x.$$

Отриманий многочлен $6x^2 + 4xy - 10x$ є добутком одночлена $2x$ і многочлена $3x + 2y - 5$.

Добуток одночлена й многочлена завжди можна подати у вигляді многочлена.

Щоби помножити одночлен на многочлен, потрібно помножити цей одночлен на кожний член многочлена й отримані добутки додати.

11. Множення многочлена на многочлен

MOLTIPLICAZIONE DI
POLINOMIO PER
POLINOMIO

Цей самий результат можна отримати, якщо добуток знаходити за схемою:

$$(a + b)(x - y - z)$$

Вона роз'яснює таке правило:

щоби помножити многочлен на многочлен, можна кожний член одного многочлена помножити на кожний член другого й отримані добутки додати.

15. Різниця квадратів двох виразів

DIFFERENZA QUADRATI
DUE ESPRESSIONI

Ви вже знаєте два способи розкладання многочленів на множники: винесення спільного множника за дужки та метод групування. Розглянемо ще один спосіб.

Формулу $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ перепишемо так:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Цю тотожність називають **формулою різниці квадратів двох виразів**.

Тепер можна сформулювати правило.

Різниця квадратів двох виразів дорівнює добутку різниці цих виразів та їхньої суми.

16. Квадрат суми та квадрат різниці двох виразів

QUADRATO SOMMA E
QUADRATO DIFFERENZA
DUE ESPRESSIONI

Перетворимо в многочлен вираз $(a + b)^2$. Маємо:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Отже,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Цю тотожність називають **формулою квадрата суми двох виразів**. Тепер можна сформулювати правило.

Квадрат суми двох виразів дорівнює квадрату першого виразу плюс подвоєний добуток першого й другого виразів плюс квадрат другого виразу.

Перетворимо в многочлен вираз $(a - b)^2$. Маємо:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Ми отримали **формулу квадрата різниці двох виразів**:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Квадрат різниці двох виразів дорівнює квадрату першого виразу мінус подвоєний добуток першого й другого виразів плюс квадрат другого виразу.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

пам'ятати правила

Властивості степеня з натуральним показником

$$a^m a^n = a^{m+n} \text{ (основна властивість степеня)}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$