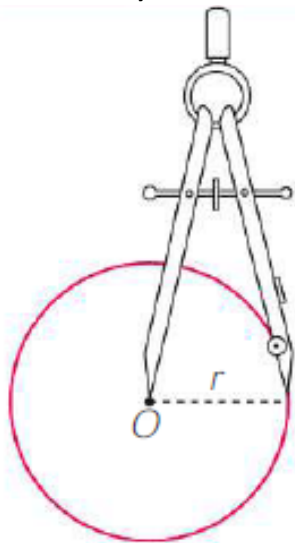


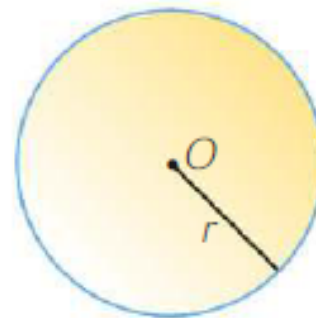
Circonferenza e cerchio

CERCHIO E CIRCONFERENZA

CIRCONFERENZA: linea chiusa formata da tutti i punti equidistanti da un punto detto centro. (è una linea)



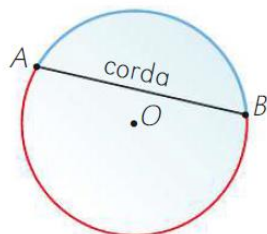
CERCHIO: parte di piano delimitato da una circonferenza e dai suoi punti interni. (è una superficie)



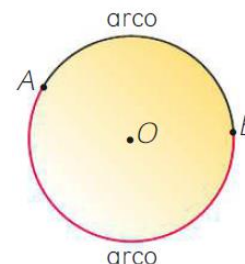
RAGGIO: distanza tra i punti della circonferenza ed il centro O .

CERCHIO E CIRCONFERENZA- le parti

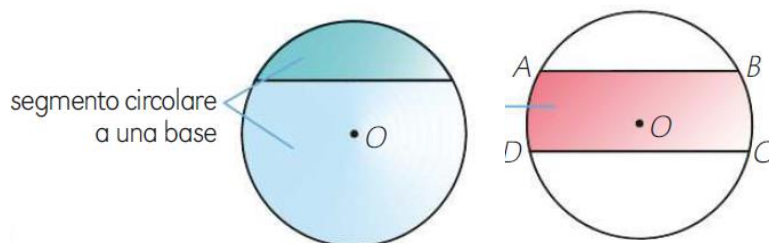
CORDA: segmento che unisce due punti qualsiasi della circonferenza.



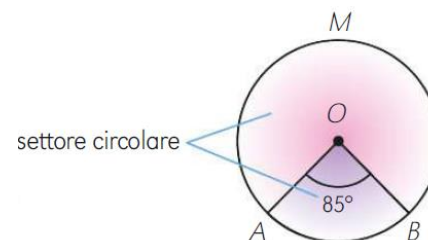
ARCO : ciascuna delle parti in cui una circonferenza è divisa da due suoi punti.



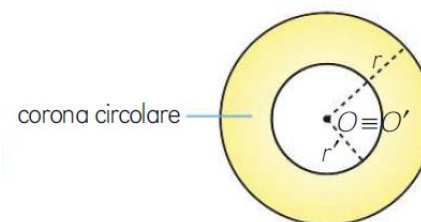
SEGMENTO CIRCOLARE: ciascuna delle due parti in cui il cerchio è diviso da una o due corde.



SETTORE CIRCOLARE: ciascuna delle due parti di cerchio delimitata da due raggi.

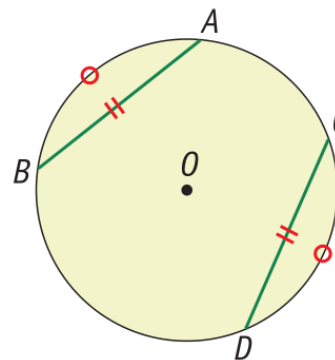


CORONA CIRCOLARE: parte di cerchio compresa tra due circonferenze concentriche.

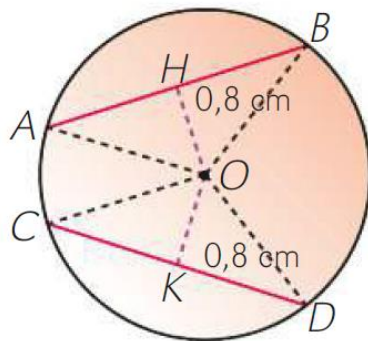


CERCHIO E CIRCONFERENZA- proprietà varie

- in una stessa circonferenza , ad archi congruenti corrispondono corde congruenti e viceversa.



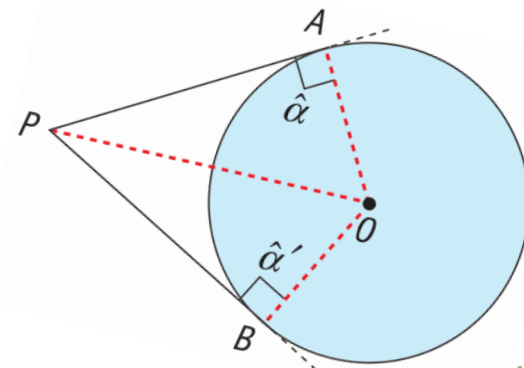
- due corde congruenti di una stessa circonferenza , hanno uguale distanza dal centro



Siccome $AB=CD$ allora $OH=OK$

- le tangenti ad una circonferenza che partono da un punto esterno P , individuano due segmenti congruenti tra loro. ($PA = PB$)

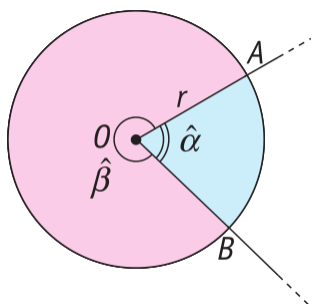
Il segmento che unisce il punto P col centro, è la bisettrice dell'angolo P



CERCHIO E CIRCONFERENZA- proprietà varie

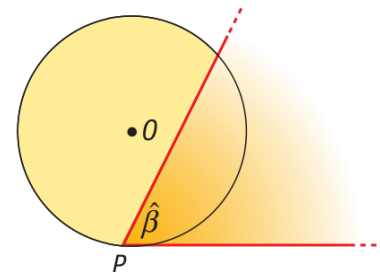
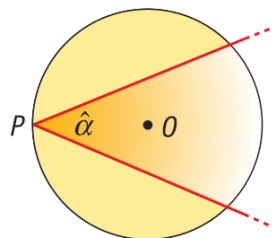
ANGOLI AL CENTRO

Vertice al centro

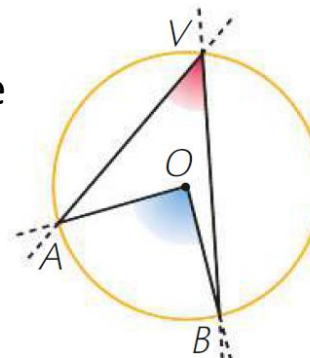


ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA

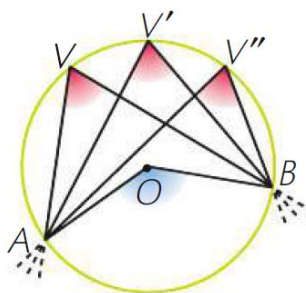
Vertice sulla circonferenza



- ogni angolo alla circonferenza è metà de corrispondente angolo al centro

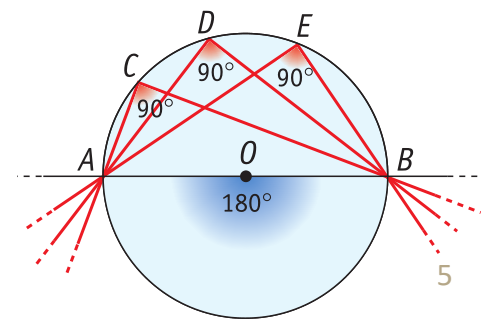


Rosso è metà di blu



- tutti gli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco, sono congruenti

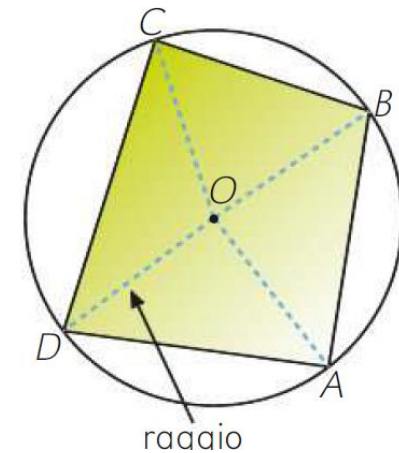
- ogni angolo alla circonferenza che insiste su una semicirconferenza è retto.



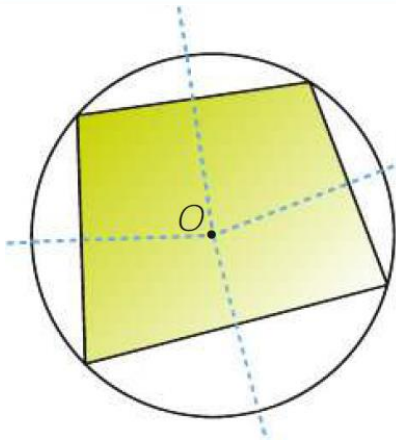
Poligoni inscritti e circoscritti

POLIGONI INSCRITTI

Un poligono è INSCRITTO in una circonferenza se TUTTI i suoi vertici appartengono alla circonferenza



Un poligono è **inscrivibile** in una circonferenza se gli assi dei suoi lati si incontrano in un unico punto, detto **circocentro**, coincidente con il centro della circonferenza.



Assi

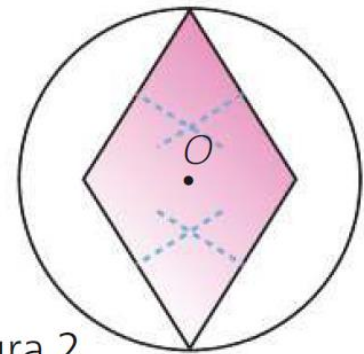
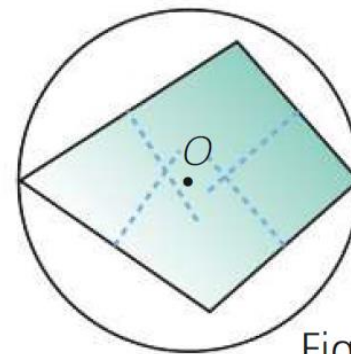


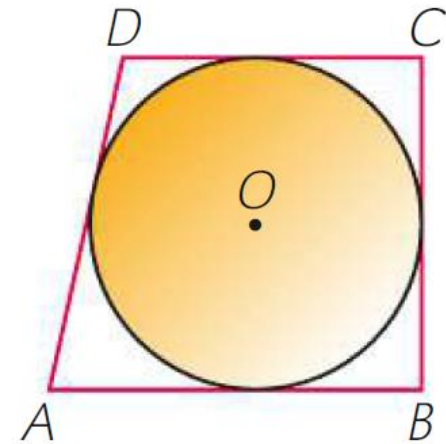
Figura 2

Questo si può inscrivere perché gli assi dei lati si incontrano in un unico punto.

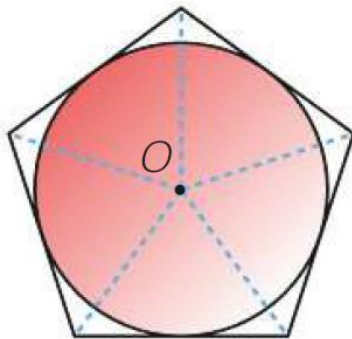
Questi non si possono inscrivere perché gli assi dei lati si incontrano in punti diversi.

POLIGONI CIRCOSCRITTI

Un poligono è CIRCOSCRITTO ad una circonferenza se
• TUTTI i suoi lati sono tangenti alla circonferenza.

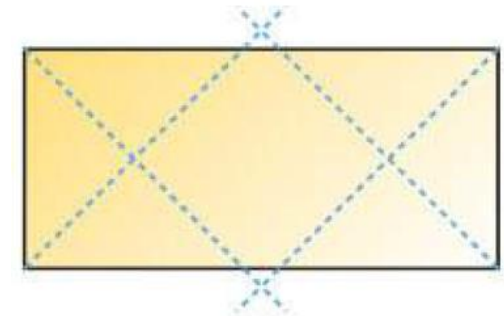


Un poligono è **circoscrivibile** a una circonferenza se le bisettrici dei suoi angoli si incontrano in un unico punto, detto **incentro**, coincidente con il centro della circonferenza.



Bisettrici

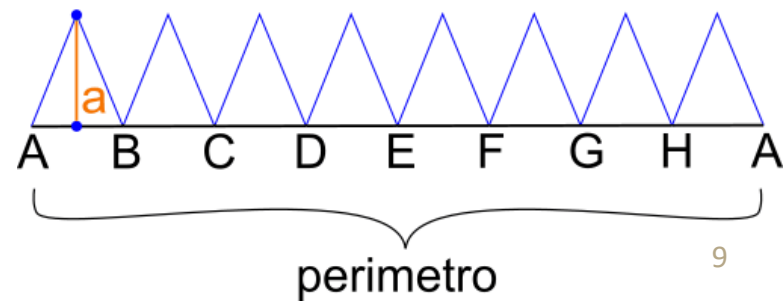
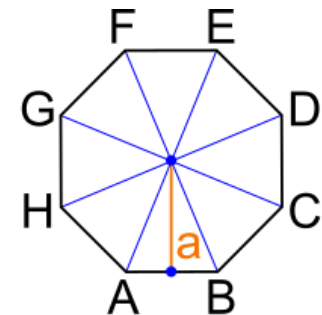
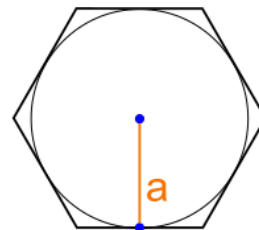
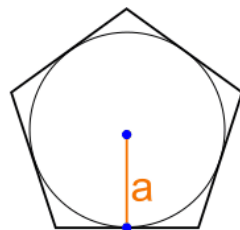
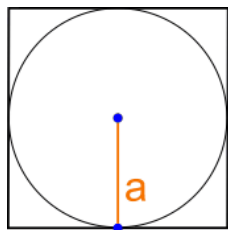
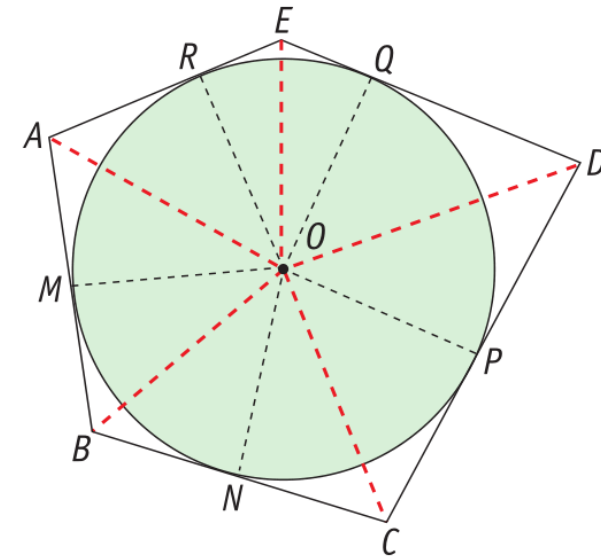
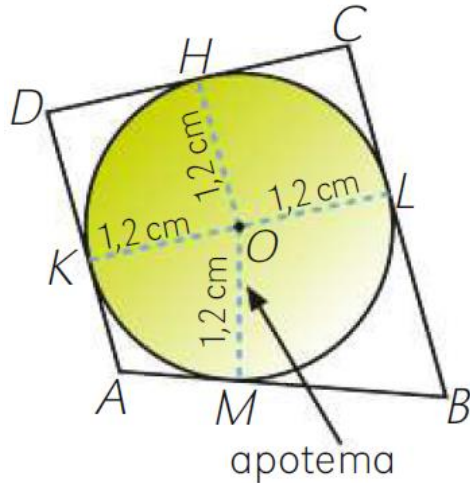
Questo si può circoscrivere perché le bisettrici si incontrano in un unico punto.



Questo non si può circoscrivere perché le bisettrici si incontrano in punti diversi.

POLIGONI CIRCOSCRITTI- l'apotema

APOTEMA: l'apotema di un poligono è il raggio della circonferenza in esso inscritta.
(distanza del centro da ogni lato del poligono)

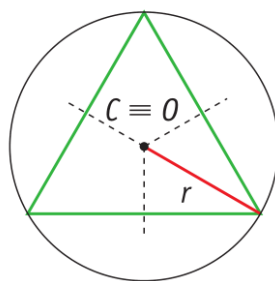


TRIANGOLI CIRCOSCRITTI ed INSCRITTI

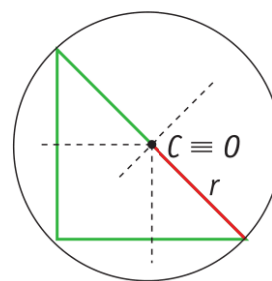
Un triangolo si può SEMPRE sia INSCRIVERE che CIRCOSCRIVERE ad una circonferenza.

inscritti

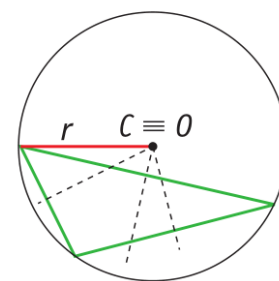
Nel **triangolo acutangolo** il circocentro è interno.



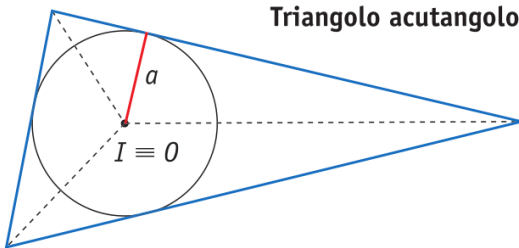
Nel **triangolo rettangolo** il circocentro coincide con il punto medio dell'ipotenusa.



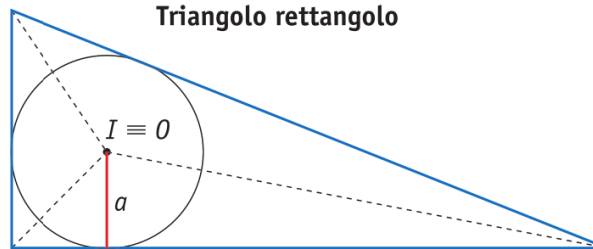
Nel **triangolo ottusangolo** il circocentro è esterno.



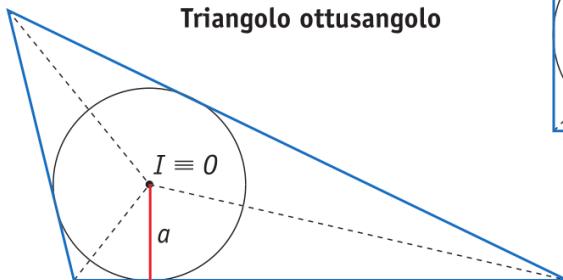
Triangolo acutangolo



Triangolo rettangolo



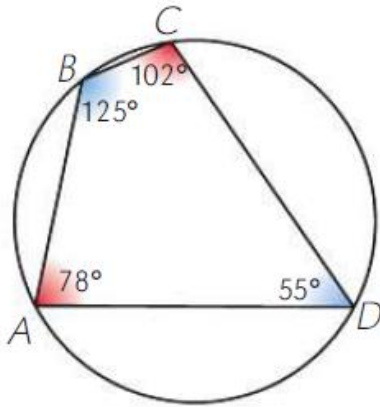
Triangolo ottusangolo



circoscritti

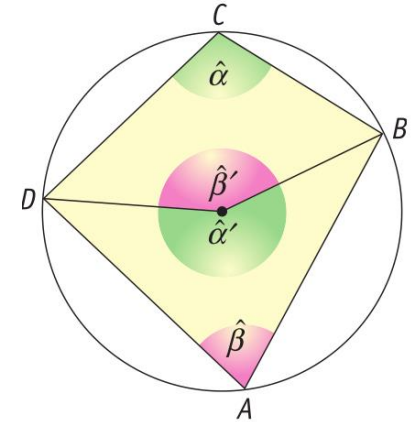
QUADRILATERI CIRCOSCRITTI ed INSCRITTI

Un QUADRILATERO può essere INSCRITTO in una circonferenza se gli angoli opposti sono supplementari.

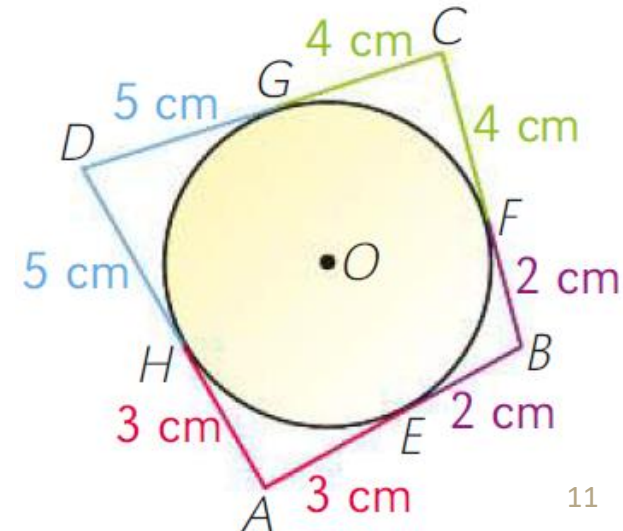


$$\text{Rosa} + \text{verde} = 180^\circ$$

Sia per angoli al centro che per angoli alla circonferenza.



Un QUADRILATERO può essere CIRCOSCRITTO ad una circonferenza se la somma dei lati opposti è uguale.



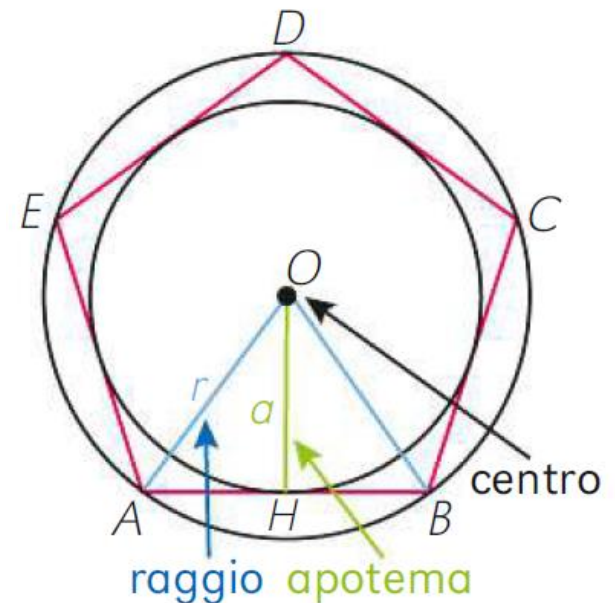
POLIGONI REGOLARI

Un poligono è regolare quando ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti.

Ogni poligono regolare è inscrittibile e circoscrivibile a una circonferenza.

Dato un poligono regolare:

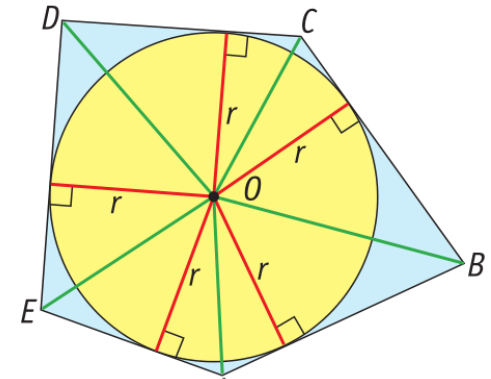
- il raggio della circonferenza circoscritta è il raggio del poligono.
- il raggio della circonferenza inscritta è l'apotema del poligono.



POLIGONI REGOLARI- area

L'area di un **poligono circoscritto** a una circonferenza si ottiene **moltiplicando il perimetro per la misura del raggio e dividendo tale prodotto per due**.

Ma siccome il raggio della circonferenza inscritta si chiama apotema



L'**area di un poligono regolare** si ottiene moltiplicando il perimetro per la misura dell'apotema e dividendo il prodotto per 2.

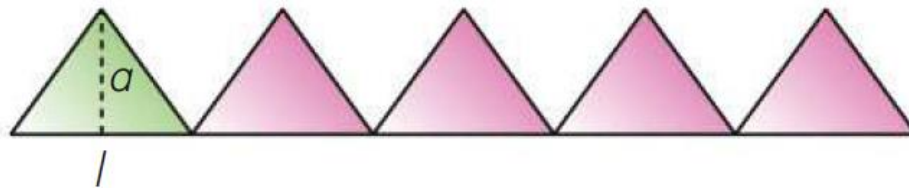
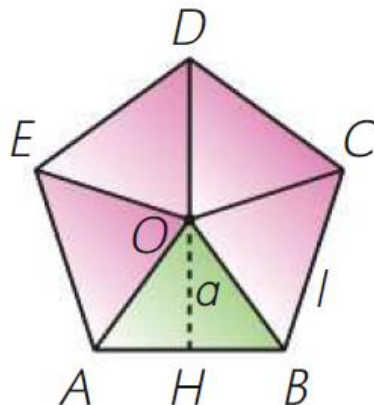
Perché?

$$A = \frac{p \cdot a}{2}$$

$$p = \frac{2 \cdot A}{a}$$

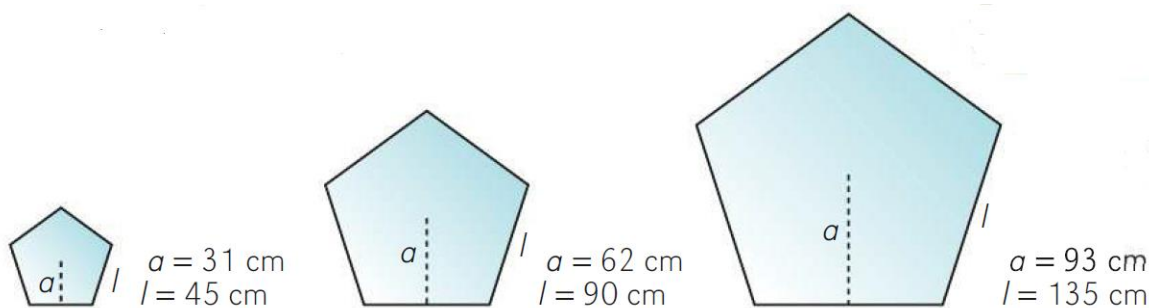
$$a = \frac{2 \cdot A}{p}$$

formule inverse



RELAZIONE APOTEMA-LATO (costante f o num fisso)

Osservando i seguenti pentagoni di varie dimensioni, ci si accorge che il rapporto tra apotema e lato è sempre lo stesso ($a/l = \text{costante}$)



si ha: $\frac{a}{l} = \frac{31}{45} = 0,688\dots$

$\frac{a}{l} = \frac{62}{90} = 0,688\dots$

$\frac{a}{l} = \frac{93}{135} = 0,688\dots$

$$\frac{a}{l} = f$$

$$a = l \cdot f$$

$$l = \frac{a}{f}$$

poligono regolare	costante f
triangolo equilatero	0,289...
quadrato	0,5
pentagono	0,688...
esagono	0,866...
ettagono	1,038...
ottagono	1,207...
ennagono	1,374...
decagono	1,539...
dodecagono	1,866... ¹⁴

RELAZIONE AREA-LATO (costante φ)

Esiste un rapporto costante anche tra area e il quadrato del lato del poligono regolare. Dipende solo dal numero di lati.

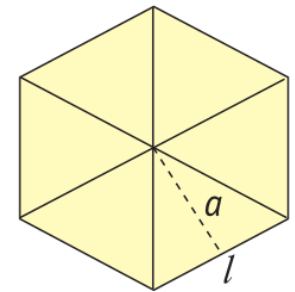
$$\frac{A}{l^2} = \varphi.$$

- Vogliamo calcolare l'area di un esagono regolare.

Partiamo dalla formula $A = \frac{p \times a}{2}$; in essa possiamo fare le seguenti

sostituzioni: $p = 6l$ e $a = l \times 0,866$, per cui otteniamo:

$$A = \frac{6l \times l \times 0,866}{2} = 3l^2 \times 0,866 = l^2 \times 2,598, \text{ ovvero: } \frac{A}{l^2} = 2,598.$$



$$A = l^2 \times \varphi \text{ (formula diretta)}$$

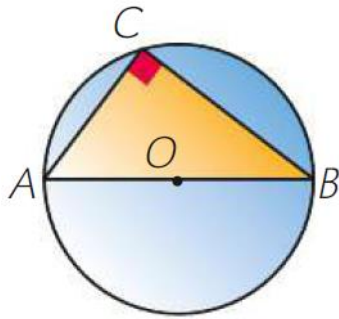
$$l = \sqrt{\frac{A}{\varphi}} \text{ (formula inversa)}$$

poligono regolare	costante φ
triangolo equilatero	0,433...
quadrato	1
pentagono	1,72...
esagono	2,598...
ettagono	3,634...
ottagono	4,828...
ennagono	6,182...
decagono	7,694...
dodecagono	11,196... 15

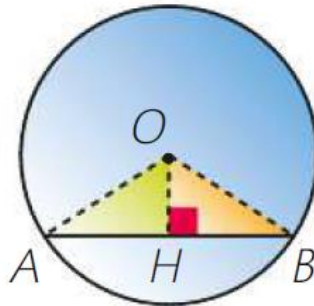
APPLICAZIONI PITAGORA A POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

Ecco alcune situazioni in cui è possibile individuare con certezza triangoli rettangoli nelle circonferenze....

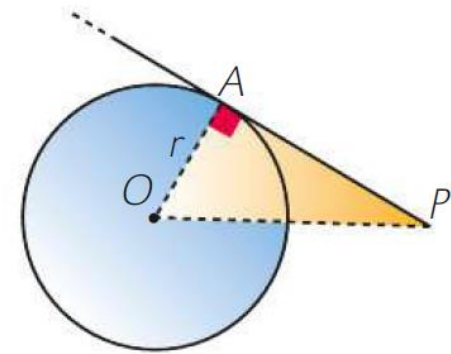
....e quindi poter applicare il teorema di Pitagora.



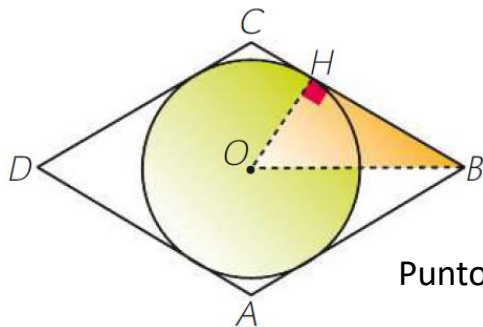
Angolo alla circonferenza che insiste sul diametro



Distanza centro- corda

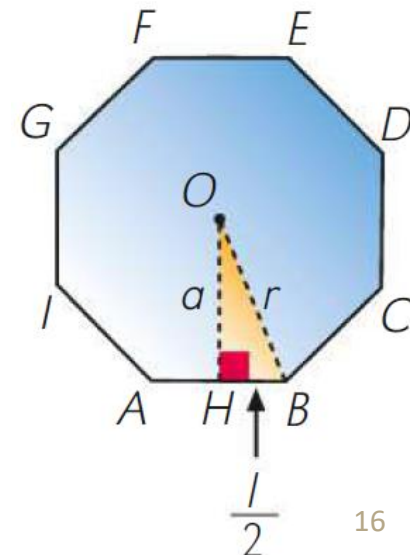


Punto di tangenza



Punto di tangenza

Apotema che cascherà a metà della base.



Area cerchio e lunghezza circonferenza

LUNGHEZZA CIRCONFERENZA

La lunghezza di una circonferenza e quella del suo diametro sono grandezze direttamente proporzionali.

$$\frac{C}{d} = \frac{C'}{d'} = \text{costante}$$

Il **rapporto** fra la lunghezza di una circonferenza qualsiasi e la lunghezza del suo diametro è **costante**.

$\frac{C}{d} = \pi$ Questo rapporto si chiama pi greco ed è indicato con lettera $\pi = 3.14$

*È un numero irrazionale (non termina mai, non è rappresentabile da una frazione) = 3,14159265358..... E si approssima a **3.14***

Quindi le formule per trovare la lunghezza di una circonferenza a partire dal raggio o dal diametro sono :

$$C = \pi d \quad (\text{formula diretta})$$

Diametro x 3,14

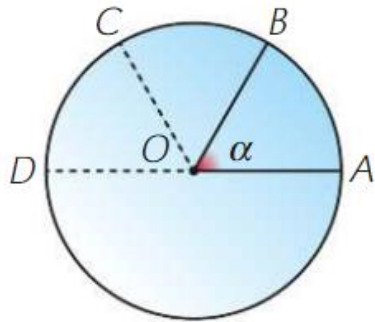
$$d = \frac{C}{\pi} \quad (\text{formula inversa})$$

$$C = 2\pi r \quad \text{e} \quad r = \frac{C}{2\pi}$$

Raggio x 6,28

LUNGHEZZA ARCO di CIRCONFERENZA

In una stessa circonferenza o circonferenze congruenti, gli angoli al centro e gli archi corrispondenti, sono grandezze direttamente proporzionali.



$$l : \alpha = C : 360^\circ$$



$$l = \frac{\alpha \cdot C}{360^\circ}$$

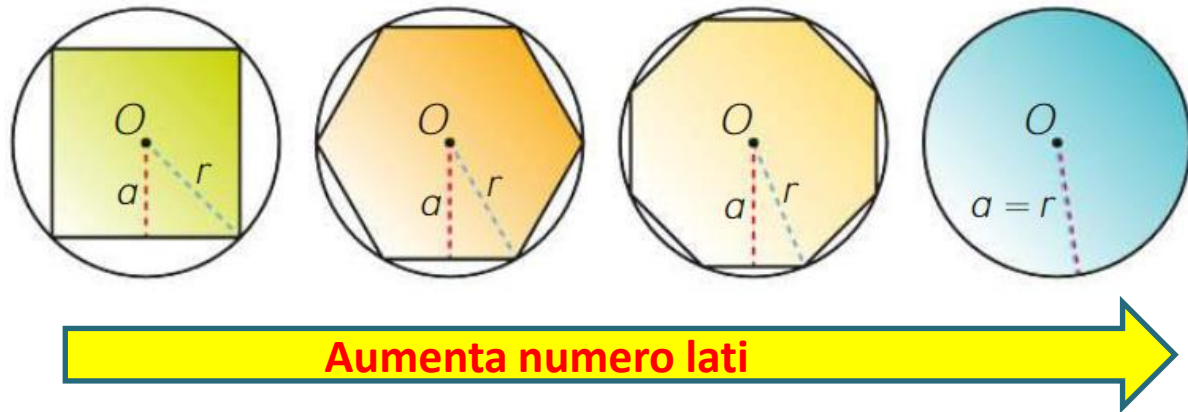
E le formule inverse:

$$\alpha = \frac{l \cdot 360^\circ}{C} \quad C = \frac{l \cdot 360^\circ}{\alpha}$$

AREA CERCHIO

Dati dei poligoni inscritti in una circonferenza, osserviamo che aumentando il numero dei lati di un poligono regolare:

- il perimetro del poligono tende a coincidere con la lunghezza della circonferenza
- l'apotema del poligono tende a coincidere col raggio della circonferenza
- l'area del poligono tende a coincidere con l'area del cerchio



Quindi calcoliamo l'area del cerchio partendo dalla formula dell'area di un poligono e sostituendo via via:

$$A = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{C \cdot r}{2} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi \cdot r^2$$

$$A = \pi r^2 \quad (\text{formula diretta})$$

Raggio x raggio x 3,14

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (\text{formula inversa})$$

AREA SETTORE CIRCOLARE

L'ampiezza di un angolo al centro e l'area del settore circolare corrispondente, sono grandezze direttamente proporzionali.

$$A_s : A_c = \alpha : 360^\circ$$

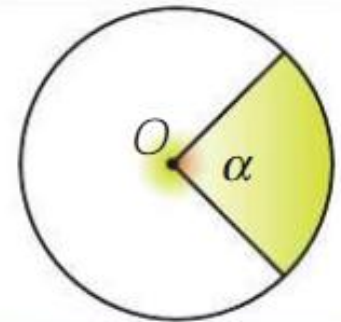
Area settore circ : area cerchio = ampiezza angolo al centro : 360°

$$A_s = \frac{A_c \cdot \alpha^\circ}{360^\circ}$$

$$A_c = \frac{A_s \cdot 360^\circ}{\alpha^\circ}$$

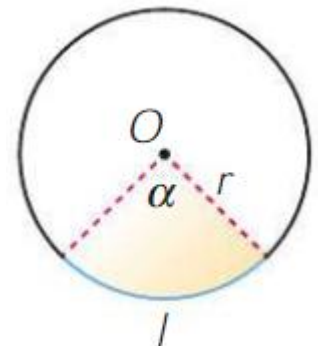
$$\alpha^\circ = \frac{A_s \cdot 360^\circ}{A_c}$$

Formule
inverse



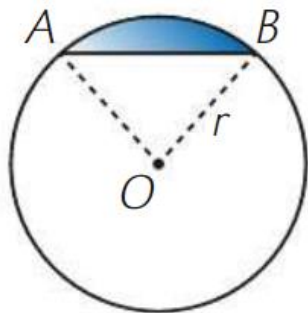
Conoscendo la misura di un arco di circonferenza (l) e quella del raggio (r), si può calcolare l'area del settore limitato da l , in quanto tale settore è equivalente a un triangolo la cui base è congruente a l e la cui altezza è congruente a r :

$$A_s = \frac{l \cdot r}{2}$$



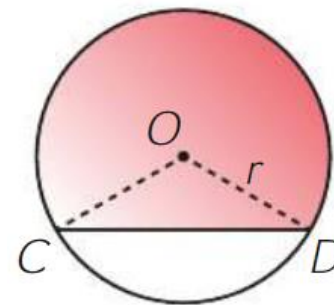
AREA SEGMENTO CIRCOLARE

Si possono presentare due casi differenti:



Segmento circolare $<$ del semicerchio

Devo sottrarre l'area del triangolo AOB all'area del settore circolare corrispondente.



Segmento circolare $>$ del semicerchio

Devo sommare l'area del triangolo COD all'area del settore circolare corrispondente.

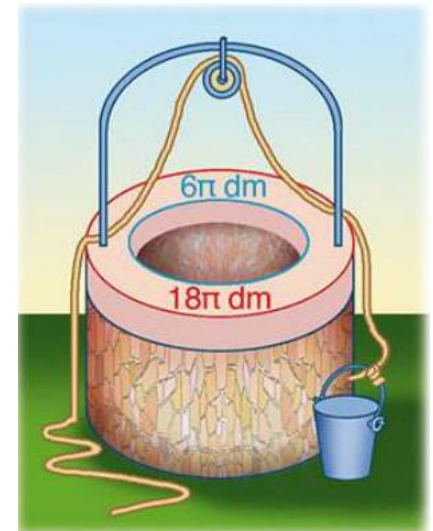
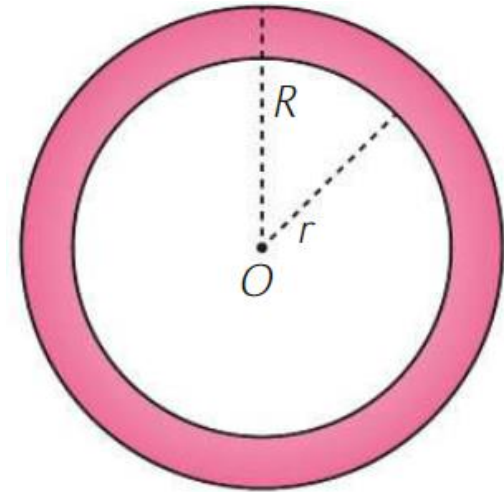
AREA CORONA CIRCOLARE

In maniera molto intuitiva, per calcolare l'area di una corona circolare, basta sottrarre dall'area del cerchio più grande l'area del cerchio più piccolo.

$$A_{\text{corona circolare}} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$$

ossia:

$$A_{\text{corona circolare}} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$





fine