



INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2015/16
Guida alla lettura
Prova Nazionale al termine del primo ciclo: Matematica
Classe terza – Scuola secondaria di I grado

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente:

Ambito	Numero di domande	Numero di Item¹
Numeri	8	11
Spazio figure	8	12
Dati e previsioni	9	15
Relazioni e funzioni	5	12
Totale	30	50

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.



Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

	Dimensione	Traguardi	Ambiti →	Numeri	Spazio figure	Dati Previsioni	Relazioni funzioni	TOT
1	1.	L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.		D1, D13b D24, D27 D28, D29		D30	D26a	7
1	2.	Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi..			D3a-b, D8* D9a1-a4, D14 D17,D19,D22			10
2	3.	Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.				D2b, D10 D12, D13a, D16a-e, D21		10
2	4.	Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.		D2a, D20 D5a-b			D9b-c,,D23b D11a-b	11
2	5.	Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.						0
2	6.	Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.					D26b-c	2
3	7.	Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).			D6			1
3	8.	Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.		D15			D23a	2
1	9	Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.					D4a-b,D25	3
2	10.	Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità.				D7a-c, D18		4
	TOTALE			11	12	15	12	50

*Solo per questo quesito la dimensione corrispondente è Risolvere problemi e non Conoscere



Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne in cui vengono rispettivamente indicati:

- nella prima colonna il testo del quesito. La numerazione dei quesiti fa riferimento alla versione dei fascicoli che riporta in prima pagina “ Fascicolo 1”;
- nella seconda colonna le caratteristiche facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI e alle Indicazioni Nazionali. Oltre ad Ambito prevalente, Scopo della domanda e Processo prevalente è presente un raggruppamento delle competenze (Dimensioni) secondo tre aree, denominate Conoscere, Risolvere problemi, Argomentare. Tale raggruppamento deriva da esigenze connesse con l'analisi statistica degli esiti delle Prove INVALSI (con la necessità di ridurre a 3 le aree di competenze secondo cui classificare le prove) e dall'esigenza di orientare nelle scuole la lettura dei risultati delle Prove in accordo con le Indicazioni Nazionali, in particolare con i Traguardi per lo sviluppo delle competenze previsti nei diversi livelli del I ciclo. Ogni domanda viene quindi collegata a un Traguardo per lo sviluppo delle competenze (e talvolta anche a un Obiettivo delle Indicazioni) e ogni Traguardo a una delle tre Dimensioni indicate. Alcuni tra i Traguardi indicati non vengono presi in esame in quanto non verificabili attraverso prove standardizzate;
- nella terza una descrizione e un commento didattico; i possibili errori segnalati sono stati rilevati in sede di pretest ma ovviamente non hanno alcuna pretesa di costituire una lista completa degli errori possibili e delle loro motivazioni.

È importante sottolineare che le caratteristiche proposte sono solo indicative e non devono rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di una particolare opzione errata può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

La guida verrà aggiornata alla fine di luglio inserendo i risultati dell'elaborazione dei dati delle classi campione.



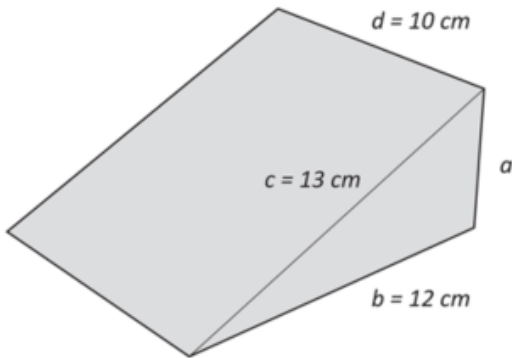
GUIDA ALLA LETTURA

Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento										
D1. Francesco esegue nell'ordine le seguenti operazioni: <table><tr><td>1)</td><td>scrive il numero 5</td></tr><tr><td>2)</td><td>lo raddoppia</td></tr><tr><td>3)</td><td>aggiunge 6</td></tr><tr><td>4)</td><td>divide per 2</td></tr><tr><td>5)</td><td>sottrae 5</td></tr></table> Quale delle seguenti espressioni traduce correttamente la sequenza delle operazioni fatte da Francesco? A. ☐ $(5 \cdot 2 + 6) : 2 - 5$ B. ☐ $5 \cdot 2 + 6 : 2 - 5$ C. ☐ $5 + 10 + 6 : 2 - 5$ D. ☐ $5 \cdot 2 + 6 : (2 - 5)$	1)	scrive il numero 5	2)	lo raddoppia	3)	aggiunge 6	4)	divide per 2	5)	sottrae 5	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere l'espressione di calcolo corrispondente a una sequenza di operazioni espressa in linguaggio naturale. PROCESSO PREVALENTE Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Eseguire semplici espressioni di calcolo con i numeri conosciuti, essendo consapevoli del significato delle parentesi e delle convenzioni sulla precedenza delle operazioni.</i> DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: A L'alunno deve mostrare di conoscere le convenzioni sulla precedenza delle operazioni e sull'uso delle parentesi nella traduzione di un procedimento di calcolo in espressione aritmetica. In classe può essere interessante confrontare le convenzioni utilizzate nelle espressioni aritmetiche con il funzionamento di diverse calcolatrici al fine di mettere in guardia gli alunni sull'utilizzo poco consapevole delle stesse macchine di calcolo. Si può fare osservare che alcune calcolatrici rispettano le stesse convenzioni aritmetiche, altre eseguono i calcoli nell'ordine dato.
1)	scrive il numero 5											
2)	lo raddoppia											
3)	aggiunge 6											
4)	divide per 2											
5)	sottrae 5											



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento															
D2. Questi sono gli orari di arrivo alla stessa fermata di tre linee di autobus. <table><tr><th>Linea A</th><th>Linea B</th><th>Linea C</th></tr><tr><td>13:07</td><td>13:10</td><td>13:05</td></tr><tr><td>13:22</td><td>13:30</td><td>13:35</td></tr><tr><td>13:37</td><td>13:50</td><td></td></tr><tr><td>13:52</td><td></td><td></td></tr></table> a. Giovanni, per tornare a casa, può prendere solo l'autobus della linea C. Quando arriva alla fermata, vede partire l'autobus delle 13:05. Quanti altri autobus vede passare Giovanni prima che arrivi il successivo autobus della linea C? A. ☐ 1 B. ☐ 2 C. ☐ 3 D. ☐ 4 b. Filippo arriva alla stessa fermata alle 13:15. Per andare a casa può prendere la linea A, e impiega 35 minuti, oppure la linea C, e impiega 15 minuti. Filippo prende l'autobus della linea che gli permette di arrivare a casa prima. Completa la frase. Filippo prende l'autobus della linea e arriva a casa alle ore	Linea A	Linea B	Linea C	13:07	13:10	13:05	13:22	13:30	13:35	13:37	13:50		13:52			AMBITO PREVALENTE a. Numeri b. Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Ricavare ed elaborare informazioni allo scopo di prendere decisioni. PROCESSO PREVALENTE a. Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale. b. Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – Indicazioni nazionali: TRAGUARDO a. Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni. b. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: a. D b. Filippo prende l'autobus della linea C e arriva a casa alle 13:50 L'alunno deve dar prova di saper leggere una tabella contenente alcuni orari individuando quelli compresi in un certo intervallo. Nel secondo item l'alunno deve, innanzi tutto, individuare gli orari di partenza delle linee A e C immediatamente successive alle 13:15 (A: 13:22; C: 13:35). Aggiungendo a ciascuno dei due il tempo necessario per il viaggio, si determina che Filippo arriverebbe alle 13:57 con la linea A e alle 13:50 con la linea C. Il focus del quesito è, quindi, sulla capacità di utilizzare le proprie conoscenze matematiche al fine di prendere decisioni in una situazione reale.
Linea A	Linea B	Linea C															
13:07	13:10	13:05															
13:22	13:30	13:35															
13:37	13:50																
13:52																	



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D3. Per tenere aperte le porte a volte si usano dei cunei di legno come quello in figura. Lo spigolo a è perpendicolare allo spigolo b e allo spigolo d.  a. Due cunei come quello in figura vengono incollati in modo da formare un parallelepipedo rettangolo. Quali sono le dimensioni del parallelepipedo così ottenuto? A. ☐ 12 cm; 10 cm; 5 cm B. ☐ 13 cm; 12 cm; 5 cm C. ☐ 26 cm; 24 cm; 10 cm D. ☐ 24 cm; 20 cm; 10 cm b. Qual è l'area della superficie inclinata del cuneo? Risposta: cm²	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA a. Visualizzare il parallelepipedo descritto, a partire dal disegno di uno dei due prismi che lo compongono. Applicare il teorema di Pitagora o individuare una terna pitagorica riconoscendo un triangolo rettangolo. b. Riconoscere che la superficie richiesta della faccia laterale del prisma è un rettangolo. PROCESSO PREVALENTE Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di problemi geometrici o di modellizzazione. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO Conoscere il teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete. DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: a. A b. 130 L'item a. richiede di visualizzare un solido a partire dalla descrizione fornita nel testo. Un errore nella risposta può indicare che l'alunno non visualizza in modo corretto o che l'aspetto verbale prevarica sulla visualizzazione: l'alunno perde il controllo del contesto geometrico e associa superficialmente alla parola "due" il fatto che tutte le dimensioni debbano raddoppiare. In particolare, la scelta della risposta B indica che l'alunno non riconosce nella descrizione un parallelepipedo, pur avendo calcolato correttamente la lunghezza dello spigolo $a=5$ cm La scelta della risposta C evidenzia una non corretta o mancata visualizzazione del solido costruito con i due cunei. L'attenzione è esclusivamente rivolta al fatto che sono utilizzati <u>due</u> cunei per costruire il parallelepipedo e quindi le dimensioni a, b, c della faccia triangolare sono raddoppiate, come se il parallelepipedo descritto avesse le



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
		stesse dimensioni del solido che si ottiene incollando i due cunei attraverso le facce di dimensioni a, d. Se la risposta scelta è la D l'errore commesso è analogo al caso precedente, ma le dimensioni raddoppiate sono a, b, d, come se il parallelepipedo descritto avesse le stesse dimensioni del solido ottenuto incollando i due cunei attraverso le facce triangolari. Nell'item b è necessario riconoscere che la superficie richiesta è il rettangolo di dimensioni $c = 13$ cm e $d = 10$ cm. Un errore nella risposta potrebbe indicare una visualizzazione del solido non corretta. L'alunno potrebbe calcolare erroneamente l'area di una faccia diversa da quella richiesta, o l'area della superficie del solido.

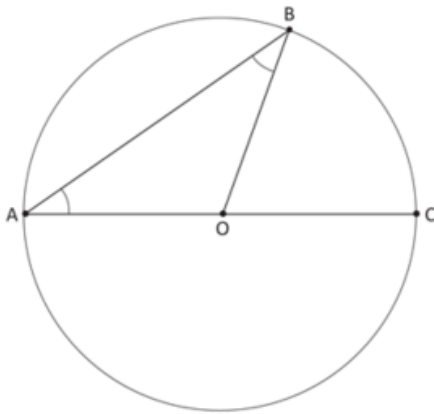


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D4. Un irrigatore è un dispositivo che distribuisce acqua alle piante. Il grafico in figura rappresenta la relazione tra la distanza di una pianta dall'irrigatore e la quantità di acqua fornita (per unità di superficie). Distribuzione dell'acqua Quantità di acqua fornita (mm/h) Distanza dall'irrigatore (m) a. Quanti millimetri di acqua all'ora (mm/h) riceve una pianta posta a 2 metri dall'irrigatore? Risposta: mm/h b. A quale distanza si deve porre l'irrigatore in modo che una pianta riceva 6 millimetri di acqua all'ora? Risposta: m	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni SCOPO DELLA DOMANDA Ricavare attraverso la rappresentazione di un fenomeno in un grafico cartesiano il valore della variabile dipendente a partire dal corrispondente valore della variabile indipendente e viceversa. PROCESSO PREVALENTE Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale. DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: a. 15 b. 8 In entrambi gli item si richiede di ricavare un'informazione dalla rappresentazione in forma di grafico cartesiano del fenomeno descritto nello stimolo: quantità di acqua distribuita da un irrigatore in funzione della distanza. Nel primo item si richiede di leggere il valore della variabile dipendente a partire dal corrispondente valore della variabile indipendente Nel secondo item si richiede di leggere il valore della variabile indipendente a partire dal corrispondente valore della variabile dipendente.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento										
D5. In un negozio di elettrodomestici è possibile acquistare quattro tipi di <i>Music-Card</i> che permettono di scaricare musica da internet. <table><tr><td></td><td>Prezzo</td></tr><tr><td><i>Music-Card</i> da 60 canzoni</td><td>3 euro</td></tr><tr><td><i>Music-Card</i> da 100 canzoni</td><td>5 euro</td></tr><tr><td><i>Music-Card</i> da 250 canzoni</td><td>10 euro</td></tr><tr><td><i>Music-Card</i> da 600 canzoni</td><td>20 euro</td></tr></table> a. Se si acquista la <i>Music-Card</i> da 3 euro qual è il costo di ogni singola canzone? Risposta: b. Se si acquista la <i>Music-Card</i> da 10 euro invece di quella da 5 euro, qual è la differenza di costo per ogni singola canzone? A. ☐ 0,01 euro B. ☐ 0,10 euro C. ☐ 0,50 euro D. ☐ 0,05 euro		Prezzo	<i>Music-Card</i> da 60 canzoni	3 euro	<i>Music-Card</i> da 100 canzoni	5 euro	<i>Music-Card</i> da 250 canzoni	10 euro	<i>Music-Card</i> da 600 canzoni	20 euro	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA a. Applicare il concetto di rapporto per determinare un costo unitario. b. Confrontare rapporti al fine di stabilire una differenza tra costi unitari. PROCESSO PREVALENTE Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO a. Utilizzare il concetto di rapporto fra numeri o misure ed esprimerlo sia nella forma decimale, sia mediante frazione. b. Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali), quando possibile a mente oppure utilizzando gli usuali algoritmi scritti. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: a. 0,05 euro o 5 centesimi b. A L’item a richiede che l’alunno sia in grado di determinare il costo unitario di una canzone sapendo che 60 canzoni costano 3 euro e di trasformare tale rapporto tra 3 e 60 in numero decimale. L’item b richiede di effettuare la differenza tra i rapporti 5/100 e 10/250 e riconoscere il valore di tale differenza espresso come numero decimale. La risposta corretta può essere ottenuta attraverso diverse strategie ossia dal confronto tra costi unitari già espressi come numeri decimali oppure dalla differenza tra le frazioni individuate.
	Prezzo											
<i>Music-Card</i> da 60 canzoni	3 euro											
<i>Music-Card</i> da 100 canzoni	5 euro											
<i>Music-Card</i> da 250 canzoni	10 euro											
<i>Music-Card</i> da 600 canzoni	20 euro											

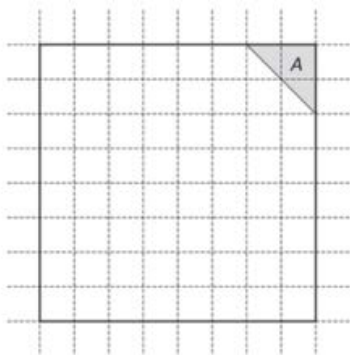


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D6. Osserva la figura. AC è il diametro di una circonferenza di centro O.  Nel triangolo AOB, l'angolo $\widehat{BAO}$ è uguale all'angolo $\widehat{OBA}$. Immagina di muovere il punto B sulla circonferenza. Gli angoli $\widehat{BAO}$ e $\widehat{OBA}$ sono ancora uguali tra loro? Scegli la risposta e completa la frase. ☐ Sì, perché ☐ No, perché	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere che i lati del triangolo sono raggi della circonferenza per una qualunque posizione del punto B sulla circonferenza. Conoscere ed applicare le proprietà del triangolo isoscele. PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione). Indicazioni Nazionali: OBIETTIVO <i>Conoscere definizioni e proprietà delle principali figure piane.</i> DIMENSIONE Argomentare	Risposta corretta: Sì, perché Sono corrette tutte le risposte che fanno riferimento al fatto che AO e OB sono congruenti in quanto raggi della circonferenza. Il triangolo AOB è dunque isoscele e gli angoli alla base sono congruenti. Il quesito richiede una visualizzazione “dinamica” della figura disegnata e di cogliere la relazione tra il raggio della circonferenza e i lati del triangolo. E’ richiesta anche un’argomentazione della risposta corretta: l’alunno deve superare l’aspetto dell’evidenza e concatenare i passi del ragionamento in una dimostrazione. La mancata risposta potrebbe quindi indicare che l’alunno non riconosce che il lato del triangolo è il raggio della circonferenza, oppure che, pur visualizzando correttamente la relazione tra gli elementi al variare della posizione di B, l’alunno non sa produrre una giustificazione matematica. Si potrebbe arrivare alla risposta corretta anche attraverso la relazione tra angolo al centro BOC e angolo alla circonferenza BAC, ma il ragionamento risulta più complesso e richiede una padronanza superiore del processo argomentativo.

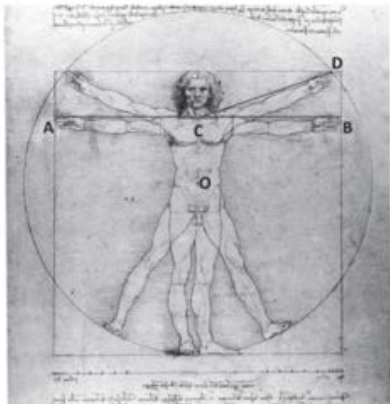


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																																	
D7. Quaranta alunni hanno svolto una prova di Italiano e una di Matematica. In tabella sono riportate le frequenze dei voti ottenuti in ciascuna delle due prove: ad esempio, 5 alunni hanno ottenuto come voti 8 in Italiano e 6 in Matematica. <table><tr><td></td><td></td><td colspan="4">ITALIANO</td></tr><tr><td></td><td></td><td>VOTO 5</td><td>VOTO 6</td><td>VOTO 7</td><td>VOTO 8</td></tr><tr><td rowspan="4">MATEMATICA</td><td>VOTO 5</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td></tr><tr><td>VOTO 6</td><td>2</td><td>7</td><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>VOTO 7</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>VOTO 8</td><td>0</td><td>1</td><td>7</td><td>0</td></tr></table> a. Quanti alunni hanno preso gli stessi voti in Italiano e in Matematica? Risposta: alunni b. Quanti sono gli alunni che hanno ottenuto in Matematica un voto più alto del voto ottenuto in Italiano? A. ☐ 7 B. ☐ 17 C. ☐ 13 D. ☐ 8 c. Scegliendo a caso un alunno, qual è la probabilità che abbia ottenuto 5 nella prova di Italiano? Risposta:			ITALIANO						VOTO 5	VOTO 6	VOTO 7	VOTO 8	MATEMATICA	VOTO 5	0	0	2	0	VOTO 6	2	7	1	5	VOTO 7	2	1	3	9	VOTO 8	0	1	7	0	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA a. Interpretare la tabella incrociando i risultati ottenuti nelle due prove, valutando tutte le combinazioni possibili con un voto in matematica uguale a quello in italiano. b. Interpretare la tabella incrociando i risultati ottenuti nelle due prove, valutando tutte le combinazioni possibili con un voto in matematica maggiore di quello in italiano. c. Calcolare la probabilità che potrà essere espressa in forme differenti: frazione, numero decimale o percentuale. PROCESSO PREVALENTE Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO a-b. <i>In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative.</i>	Risposta corretta: a. 10 Lo studente per rispondere alla domanda deve individuare le caselle della tabella che corrispondono a un voto di italiano uguale a quello di matematica, ovvero quelle lungo la diagonale principale della tabella (da in alto a sinistra fino a in basso a destra). La risposta corretta si determina sommando i valori presenti in tali caselle: 0+7+3+0=10. b. C Per rispondere a questo item è necessario determinare tutte le combinazioni in cui il voto di matematica è maggiore di quello di italiano, ovvero tutte le caselle che si trovano al di sotto della diagonale principale. Infatti nella colonna corrispondente al voto 5 di italiano si dovranno considerare le caselle nelle righe 6, 7 e 8 per matematica. Allo stesso modo nella colonna corrispondente al voto 6 si dovranno considerare le righe che indicano il voto 7 e il voto 8. La risposta si ottiene sommando i valori contenuti in tutte queste caselle: 2+2+0+1+1+7 c. $\frac{4}{40}$ La probabilità può essere determinata come rapporto fra il numero di alunni che hanno
		ITALIANO																																	
		VOTO 5	VOTO 6	VOTO 7	VOTO 8																														
MATEMATICA	VOTO 5	0	0	2	0																														
	VOTO 6	2	7	1	5																														
	VOTO 7	2	1	3	9																														
	VOTO 8	0	1	7	0																														



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
	<i>c. In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.</i> DIMENSIONE Risolvere problemi	preso 5 nella prova di italiano (ovvero i valori della prima colonna) e il totale degli studenti, dato nel testo. Si ottiene quindi 4/40 ovvero 1/10 rappresentabile anche come 0,1 o 10%.
D8. Osserva la figura.  L'area del triangolo grigio A misura 8 m^2. Quanto misura il perimetro del quadrato? Scrivi come fai per trovare la risposta e poi riporta sotto il risultato. Risultato: m	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA Individuare una strategia per calcolare il perimetro di un quadrato, conoscendo l'area di una sua parte. PROCESSO PREVALENTE Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: 64 Il problema offre diverse strategie risolutive, che richiedono la capacità di ragionare sul significato geometrico di area. E' richiesta la capacità di mettere in relazione la superficie di una figura e di una sua parte. Si riportano alcune delle possibili strategie per trovare la risposta che potrebbero essere utili per un confronto di strategie di soluzione. 1. É possibile ricavare il lato del triangolo, quello del quadrato e infine il suo perimetro; 2. Si osserva che l'area del triangolo è di 8 m^2 ed è equivalente all'area di due quadretti. Quindi l'area di un quadretto è di 4 m^2 e il lato del quadretto è di 2 m. Da questa informazione si può ricavare dunque il lato del quadrato e il suo perimetro 3. Si può trovare l'area del quadrato, osservando che è ricoperto da 32 triangoli di cui è nota l'area, e poi dall'area del quadrato risalire al lato e dunque al perimetro.

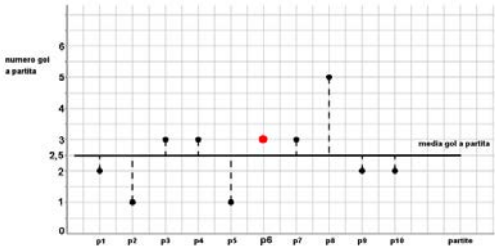


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D9. La figura riproduce un famoso disegno di Leonardo da Vinci in cui l'immagine di un uomo è inserita in un quadrato e in un cerchio. 	AMBITO PREVALENTE a. Spazio e figure b. e c. Relazioni e funzioni SCOPO DELLA DOMANDA a. Riconoscere elementi del cerchio e del quadrato b. e c. Passare dalle dimensioni reali al disegno in scala, usando le proporzioni codificate nel modello dato. PROCESSO PREVALENTE a. Riconoscere la struttura geometrica, gli elementi e le relazioni tra gli elementi in una raffigurazione b. Sapere calcolare la frazione di un dato c. Passare dalle dimensioni reali al disegno in scala, usando le proporzioni codificate nel modello dato. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO a. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. b. e c. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. DIMENSIONE a. Conoscere	Risposta corretta: a. F V F F b. 15 c. 168 a. - Si deve conoscere la definizione di diametro e osservare che l'apertura delle braccia nel disegno corrisponde alla lunghezza del lato del quadrato che è minore del diametro. - Si deve osservare che l'uomo raffigurato è inscritto nel quadrato e che la sua altezza è pertanto uguale al lato del quadrato. - Conoscere la definizione di raggio e osservare che la lunghezza di OD è uguale alla lunghezza del raggio della circonferenza e che, pertanto, quella di CD risulta inferiore. - Conoscere la definizione di poligono iscritto. b. e c. L'alunno deve utilizzare le informazioni date e utilizzare la frazione come operatore diretto e inverso.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
Il disegno di Leonardo da Vinci rappresenta le proporzioni ideali del corpo umano. Secondo questo modello la lunghezza delle varie parti del corpo è in relazione con l'altezza, per esempio: • lunghezza testa = $\frac{1}{8}$ dell'altezza • lunghezza mano = $\frac{1}{10}$ dell'altezza • lunghezza piede = $\frac{1}{7}$ dell'altezza b. Lucia è alta 150 cm. Secondo il modello di Leonardo, quale dovrebbe essere la lunghezza della sua mano? Risposta: cm c. Sempre secondo il modello di Leonardo, quanto dovrebbe essere alta una persona che ha il piede lungo 24 cm? Risposta: cm	b. Risolvere problemi	



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D10. Il grafico in figura rappresenta il numero di gol a partita realizzati dalla squadra di calcio del San Lorenzo durante l'ultimo campionato. La linea continua corrisponde alla media dei gol a partita per le 10 partite di campionato.	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Inserire un dato mancante in una rappresentazione grafica di dati, in modo coerente con i dati già presenti, noto il valore medio. PROCESSO PREVALENTE Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta:  Il grafico mostra una rappresentazione dei diversi valori registrati (i puntini), della loro media (la linea continua) e dello scarto di ciascuno dei valori rispetto alla media (le linee tratteggiate). Lo studente può rispondere alla domanda seguendo procedure diverse. Per esempio può cercare un valore che renda la media dei gol pari a 2,5. Questo può essere fatto impostando e risolvendo un'equazione del tipo $(2+1+3+3+1+x+3+5+2+2):10=2,5$. In alternativa lo studente può considerare il fatto che la somma degli scarti deve essere nulla e quindi determinare lo scarto relativo alla sesta partita come valore che annulla la somma degli scarti, ovvero risolvendo un'equazione del tipo $-1-3+1+1-3+x+1+5-1-1=0$ Oppure risolvere graficamente eliminando gli scarti relativi che si compensano fra loro.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D11. Lo Iodio 131 dimezza la sua massa ogni 8 giorni per decadimento radioattivo. a. In un laboratorio ci sono 2 grammi di Iodio 131. Quanti grammi ci saranno fra 16 giorni? Risposta: g b. Quanti giorni ci vogliono in tutto perché lo Iodio 131 si riduca da 2 grammi a 0,250 grammi? Risposta: giorni	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni SCOPO DELLA DOMANDA a. Determinare un valore della variabile dipendente di una funzione esponenziale espressa verbalmente. b. Determinare un valore della variabile indipendente di una funzione espressa verbalmente di tipo esponenziale. PROCESSO PREVALENTE Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Esprimere la relazione di proporzionalità con un'uguaglianza di frazioni e viceversa.</i> DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: a. 0,5 b. 24 a. Per calcolare quanti grammi di Iodio 131 si avranno dopo 16 giorni, lo studente, a partire dal significato dell'espressione "dimezza", deve in prima battuta riconoscere che in 16 giorni si avranno esattamente due dimezzamenti successivi, per poi passare a dividere la massa iniziale per 2 e poi dimezzare ulteriormente il risultato ottenuto. Ovviamente, è possibile riconoscere che tale procedimento è equivalente a dividere la massa iniziale per 4. b. Per calcolare quanti giorni sono necessari affinché la massa iniziale si riduca a 0,250 grammi, lo studente deve individuare inizialmente una strategia per riconoscere quanti dimezzamenti della massa iniziale portano ai grammi finali e poi deve moltiplicare tale valore per 8, ottenendo il corrispondente valore in giorni. Sono possibili diverse strade per il numero dei dimezzamenti (per esempio eseguendo la divisione $2:0,250$ oppure sommando 0,250 a se stesso fino ad arrivare a 2, oppure accorgendosi che 0,250 è la metà di 0,5 – valore ottenuto al punto a. dopo 16 giorni, ecc.).



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
		È possibile osservare che la difficoltà maggiore è costituita dal mantenere il controllo cognitivo su due quantità mutuamente variabili (la massa e il tempo), di cui la prima cala e la seconda cresce in modo differente .



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D12. Il ristorante "La Baia dei Re" offre un menu completo a prezzo fisso, con la possibilità di scegliere tra tre primi, due secondi e due dolci. <i>Ristorante "La Baia dei Re"</i> <i>Menu a prezzo fisso: 25 euro</i> <u>Primo:</u> <i>Spaghetti allo scoglio</i> <i>Linguine al pesto</i> <i>Risotto alla pescatora</i> <u>Secondo:</u> <i>Fritto misto</i> <i>Rombo alla griglia</i> <u>Dolce:</u> <i>Sorbetto al limone</i> <i>Crema catalana</i> Quanti diversi menu completi (un primo, un secondo e un dolce) al massimo si possono comporre? A. ☐ 12 B. ☐ 2 C. ☐ 9 D. ☐ 6	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Calcolare il numero di possibili combinazioni. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.</i> DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: A L'alunno deve determinare il numero di possibili combinazioni di pasti in cui un piatto è scelto fra i primi, uno fra i secondi e uno fra i dolci. L'alunno può procedere per elencazione. Per esempio può determinare che nel caso in cui vengano scelti gli spaghetti, allora si può prendere il fritto come secondo e quindi rimangono due possibilità per il dolce. Altrimenti si può ordinare il rombo e si hanno ancora due possibilità per il dolce. Quindi, in totale, a ciascun primo corrispondono quattro possibilità e pertanto complessivamente $4 \times 3 = 12$ possibilità di scelta del menù. Un errore frequente in quesiti di questo tipo consiste nel considerare ciascun elemento in un'unica combinazione. Per esempio, lo studente può pensare che la tripletta (spaghetti; fritto; sorbetto) sia una possibile combinazione, (linguine, rombo, crema) un'altra ma non ne possano esistere altre perché tutti i secondi e tutti i dolci sono già stati considerati. Questi alunni indicheranno 2 come risposta.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D13. Nel grafico sono riportati i prezzi al litro della benzina e del gasolio nel mondo (in dollari americani). ○ Benzina ● Gasolio a. In quale parte del mondo la benzina ha il prezzo più basso? Risposta: b. In Australia quanto costa in più al litro la benzina rispetto al gasolio? A. ☐ 0,01 centesimi di dollaro B. ☐ 0,1 centesimi di dollaro C. ☐ 1 centesimo di dollaro D. ☐ 10 centesimi di dollaro	AMBITO PREVALENTE a. Dati e Previsioni b. Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Confrontare numeri decimali PROCESSO PREVALENTE a. Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale. b. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO a. Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni. b. L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, ordinamenti e confronti tra numeri conosciuti (numeri naturali, numeri interi, frazioni e numeri decimali).</i> DIMENSIONE a. Risolvere problemi b. Conoscere	Risposta corretta: a. America settentrionale b. C Nell'item a l'alunno è chiamato a confrontare i numeri decimali riportati nel grafico, selezionando soltanto quelli relativi al prezzo della benzina (cerchi bianchi). Eventualmente l'alunno può confrontare la superficie dei cerchi per orientarsi nella selezione del dato più piccolo. L'item b richiede di avere consapevolezza della notazione posizionale per riconoscere che la seconda cifra decimale corrisponde a 1 centesimo. Un errore frequente potrebbe essere l'opzione A nella quale l'alunno non tiene conto dell'unità di misura espressa in centesimi di dollaro.

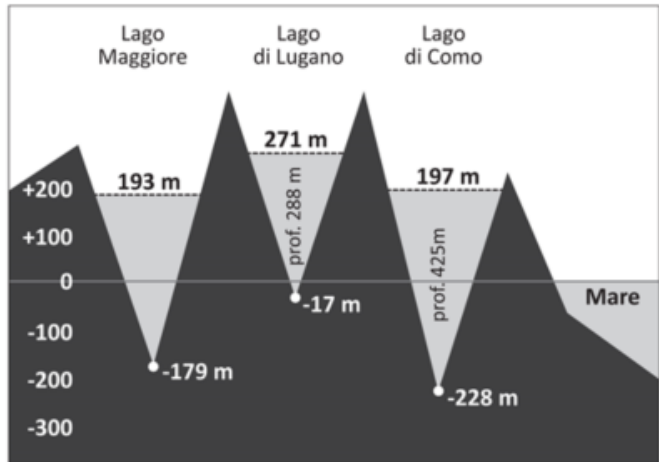


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D14. In figura sono rappresentati: • la retta dei numeri sulla quale è stato disegnato un quadrato; • un arco TA di circonferenza di centro P e raggio PT. Completa la frase. Il punto A sulla retta dei numeri corrisponde al numero $\sqrt{\dots}$	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA Associare ad un punto il suo corrispondente valore numerico sulla retta dei numeri, individuando la relazione tra la diagonale del quadrato e il raggio dell'arco di circonferenza. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: Il punto A sulla retta dei numeri corrisponde al numero $\sqrt{2}$ Per rispondere correttamente è necessario cogliere la relazione tra gli elementi del quadrato, il raggio della circonferenza e la retta dei numeri. Eventuali errori possono essere legati al fatto che l'alunno non riconosce che PT e PA sono entrambi raggi della circonferenza e che la lunghezza del raggio corrisponde alla lunghezza della diagonale del quadrato di lato unitario.

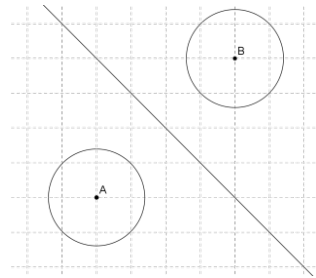


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D15. n è un numero naturale. Considera l'affermazione: "Se n è pari allora $n + 1$ è un numero primo". L'affermazione è vera o falsa? Scegli la risposta e completa la frase. ☐ L'affermazione è vera perché ☐ L'affermazione è falsa perché	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere che il successivo di un numero pari non è necessariamente un numero primo. PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta. DIMENSIONE Argomentare	Risposta corretta: L'affermazione è falsa perché...Sono corrette tutte le risposte che fanno riferimento a un contro esempio. Es. $20+1=21$ non è primo. Oppure affermazioni generali che fanno riferimento al fatto che con questo procedimento si trovano tutti i numeri dispari, ma non tutti i dispari sono numeri primi. L'alunno potrebbe verificare che i successivi dei numeri pari 2, 4 e 6 sono numeri primi ma ciò non autorizza la generalizzazione. Il quesito fa emergere il valore del contro esempio nella determinazione della falsità di un'affermazione.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																								
D16. Il seguente grafico rappresenta alcune caratteristiche fisiche di tre laghi.  Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F). <table><tr><th></th><th></th><th>V</th><th>F</th></tr><tr><td>a.</td><td>La linea dello zero rappresenta il livello del mare</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>b.</td><td>La profondità del Lago Maggiore è 372 m</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>c.</td><td>La differenza di altitudine tra la superficie del lago di Lugano e quella del lago di Como è di 74 m</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>d.</td><td>Il punto più profondo del Lago di Como è 228 m al di sotto del punto più profondo del Lago di Lugano</td><td>☐</td><td>☐</td></tr><tr><td>e.</td><td>La superficie del Lago di Como è a 425 m sopra il livello del mare</td><td>☐</td><td>☐</td></tr></table>			V	F	a.	La linea dello zero rappresenta il livello del mare	☐	☐	b.	La profondità del Lago Maggiore è 372 m	☐	☐	c.	La differenza di altitudine tra la superficie del lago di Lugano e quella del lago di Como è di 74 m	☐	☐	d.	Il punto più profondo del Lago di Como è 228 m al di sotto del punto più profondo del Lago di Lugano	☐	☐	e.	La superficie del Lago di Como è a 425 m sopra il livello del mare	☐	☐	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Leggere un grafico contenente valori interi positivi e negativi ed elaborare i dati rappresentati. PROCESSO PREVALENTE Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni. DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: V V V F F L'alunno dovrebbe individuare, attraverso il grafico, il livello a cui si trovano la superficie e il fondale di ciascuno dei laghi per metterli a confronto. Un elemento di difficoltà può risiedere nel calcolo con i numeri negativi che rappresentano le quote dei fondali dei laghi. La profondità del lago Maggiore è individuata come differenza fra l'altitudine della superficie e quella del fondale: $193 - (-179) = 372$. Allo stesso modo la differenza fra l'altitudine delle superfici del lago di Lugano e di Como è ottenuta come $271 - 197 = 74$. Nel caso del lago di Lugano lo studente deve porre attenzione al fatto che il fondale si trova a pochi metri al di sotto del livello del mare, quindi la differenza col punto più profondo del lago di Como è data da $-17 - (-228) = 211$. Gli item a ed e non richiedono calcolo ma una corretta lettura del grafico. In particolare l'ultimo item può ricevere una risposta scorretta da parte degli studenti che confondono la quota della superficie con la profondità del lago.
		V	F																							
a.	La linea dello zero rappresenta il livello del mare	☐	☐																							
b.	La profondità del Lago Maggiore è 372 m	☐	☐																							
c.	La differenza di altitudine tra la superficie del lago di Lugano e quella del lago di Como è di 74 m	☐	☐																							
d.	Il punto più profondo del Lago di Como è 228 m al di sotto del punto più profondo del Lago di Lugano	☐	☐																							
e.	La superficie del Lago di Como è a 425 m sopra il livello del mare	☐	☐																							



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D17. Disegna la retta rispetto alla quale la circonferenza di centro A è la simmetrica della circonferenza di centro B.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere la simmetria assiale tra le figure proposte e di posizionare correttamente la retta che identifica la simmetria richiesta. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Conoscere e utilizzare le principali trasformazioni geometriche e i loro invarianti.</i> DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta:  Si richiede di individuare una simmetria assiale e di tracciare l'asse. La domanda è meno comune della più frequente richiesta di disegnare una figura simmetrica a un'altra, dato l'asse di simmetria. Un possibile errore è quello di tracciare la retta per A e B. In questo caso l'alunno ricerca la simmetria nella figura e non tra le figure come è richiesto.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento												
D18. In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia $\frac{2}{3}$? A. ☐ 2 B. ☐ 12 C. ☐ 6 D. ☐ 8	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Calcolare una probabilità come rapporto tra numero dei casi favorevoli e numero dei casi possibili. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.</i> DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: D Lo studente può rispondere a questo quesito seguendo diverse procedure. Lo studente può procedere per tentativi mirati considerando le opzioni proposte. Una attività in classe interessante potrebbe essere quella di costruire una tabellina per valutare come varia la probabilità di estrarre una pallina verde per diverse quantità di palline. <table><tr><th>Palline verdi</th><th>P(verde)</th></tr><tr><td>1</td><td>1/5</td></tr><tr><td>2</td><td>2/6=1/3</td></tr><tr><td>3</td><td>3/7</td></tr><tr><td>4</td><td>4/8=1/2</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td></tr></table> In alternativa lo studente può considerare che se la probabilità di estrarre una pallina verde deve essere 2/3 allora quella di estrarre una pallina blu deve essere 1/3 e quindi il numero di palline blu deve corrispondere a 1/3 del totale. Pertanto il numero totale di palline deve essere pari a 4×3=12 e quindi le palline verdi devono essere 12-4=8.	Palline verdi	P(verde)	1	1/5	2	2/6=1/3	3	3/7	4	4/8=1/2	...	...
Palline verdi	P(verde)													
1	1/5													
2	2/6=1/3													
3	3/7													
4	4/8=1/2													
...	...													



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D19. Maria ha unito dei cubetti di uguale dimensione per formare alcuni solidi. Prima ha costruito il solido disegnato sotto e sulla quadrettatura a fianco ne ha rappresentato la vista di fronte, di lato e dall'alto.	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA Produrre rappresentazioni piane di oggetti tridimensionali, identificando punti di vista diversi di uno stesso oggetto (dall'alto, di fronte, ecc.). PROCESSO PREVALENTE Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di problemi geometrici o di modellizzazione. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Rappresentare oggetti e figure tridimensionali in vario modo tramite disegni sul piano.</i> DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: VISTA DI FRONTE VISTA DI LATO VISTA DALL'ALTO  Accettabile anche, solo per la <u>vista di fronte</u>: VISTA DI FRONTE  E' richiesto di visualizzare un solido composto e di passare dalla sua rappresentazione tridimensionale alla rappresentazione bidimensionale sotto tre punti di vista differenti. Errori nella risposta sono pertanto imputabili alla mancata capacità di visualizzare correttamente il solido e le sue proiezioni. E' considerata accettabile anche la vista di fronte (a "L") in quanto lo studente potrebbe immaginare di essere a ridosso del solido e quindi, senza girare la testa, non vedrebbe il cubetto a sinistra.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D20. Un vasetto di yogurt è ottenuto mescolando per il 90% yogurt bianco e per il 10% marmellata. La marmellata è costituita dal 60% di frutta e dal 40% di zuccheri aggiunti. Qual è la percentuale di frutta nel vasetto? A. ☐ 6% B. ☐ 10% C. ☐ 54% D. ☐ 60%	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Determinare la percentuale di una percentuale. PROCESSO PREVALENTE Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Comprendere il significato di percentuale e saperla calcolare utilizzando strategie diverse.</i> DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: A L'alunno deve calcolare il 60% del 10%. La comprensione del significato di percentuale di percentuale può portare a svolgere la seguente operazione tra frazioni: $\frac{60}{100} \text{ di } \frac{10}{100} = \frac{60}{100} \cdot \frac{10}{100} = \frac{6}{100}$ In ogni caso la scelta può ricadere facilmente sull'unica percentuale inferiore al 10% (percentuale di marmellata nello yogurt) tra quelle fornite. Le opzioni B e D possono essere scelte per una lettura superficiale del testo, mentre l'opzione C corrisponde al calcolo del 60% del 90%.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																														
D21. Nella tabella sono riportati i dati relativi alla raccolta differenziata dei rifiuti nelle province liguri dal 2009 al 2012. I dati sono forniti in chilogrammi per abitante. <table><tr><th colspan="5">Raccolta differenziata (kg/abitante)</th></tr><tr><th></th><th>2009</th><th>2010</th><th>2011</th><th>2012</th></tr><tr><td>Imperia</td><td>152,9</td><td>184,7</td><td>143,1</td><td>119,0</td></tr><tr><td>La Spezia</td><td>160,0</td><td>167,9</td><td>182,3</td><td>184,4</td></tr><tr><td>Genova</td><td>128,2</td><td>153,0</td><td>172,3</td><td>178,9</td></tr><tr><td>Savona</td><td>194,0</td><td>122,2</td><td>119,3</td><td>119,7</td></tr></table> Con i dati della tabella è stato costruito il seguente grafico. Completa la legenda del grafico.	Raccolta differenziata (kg/abitante)						2009	2010	2011	2012	Imperia	152,9	184,7	143,1	119,0	La Spezia	160,0	167,9	182,3	184,4	Genova	128,2	153,0	172,3	178,9	Savona	194,0	122,2	119,3	119,7	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Completare la legenda di un grafico che rappresenta le stesse informazioni contenute in una tabella. PROCESSO PREVALENTE Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative.</i> DIMENSIONE Risolvere problemi	Risposta corretta: Per rispondere a questa domanda, lo studente deve mettere in relazione due rappresentazioni diverse degli stessi dati. Questo può essere fatto in modi diversi. Per esempio lo studente può considerare un anno in particolare: nel 2009 La Spezia ha raccolto esattamente 160,0 kg/abitante e quindi gli indicatori a forma di crocetta devono corrispondere a quella provincia. Savona ha fatto più raccolta differenziata mentre Imperia ne ha fatta meno. In questo modo si completa tutta la legenda. In alternativa si possono confrontare gli andamenti della raccolta nel tempo (ovvero leggere le righe della tabella). Savona è l'unica provincia con una forte diminuzione dal 2009 al 2010 e quindi la linea che la rappresenta è quella più chiara. Oltre a Genova, La Spezia è l'unica provincia con un andamento sempre crescente, quindi le corrisponde la linea su cui sono posizionate le crocette.
Raccolta differenziata (kg/abitante)																																
	2009	2010	2011	2012																												
Imperia	152,9	184,7	143,1	119,0																												
La Spezia	160,0	167,9	182,3	184,4																												
Genova	128,2	153,0	172,3	178,9																												
Savona	194,0	122,2	119,3	119,7																												

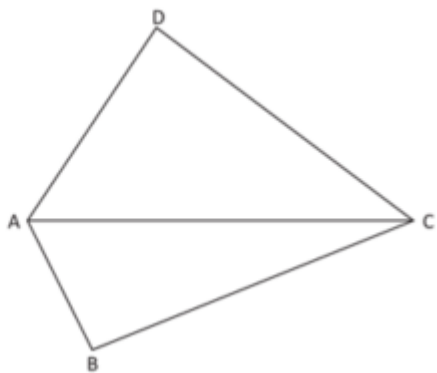


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D22. Per formare il parallelepipedo che vedi in figura si incollano tra loro tre cubi uguali di spigolo a.  Qual è la superficie totale del parallelepipedo così ottenuto? A. ☐ $6a^2$ B. ☐ $7a^2$ C. ☐ $14a^2$ D. ☐ $18a^2$	AMBITO PREVALENTE Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA Comprendere che le facce dei cubi che non fanno parte della superficie totale del solido sono quattro. PROCESSO PREVALENTE Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di problemi geometrici o di modellizzazione. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure.</i> DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: C L'alunno può arrivare alla risposta corretta visualizzando quali facce dei cubi non fanno parte della superficie totale del parallelepipedo oppure attraverso un approccio algebrico. Le risposte A e B possono indicare che l'alunno considera rispettivamente soltanto le facce visibili della superficie laterale e della superficie totale del solido. La risposta D indica che l'alunno confonde la superficie totale del solido con la somma delle superfici dei cubi che lo compongono.

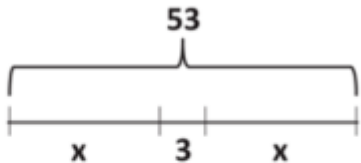


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D23. Per calcolare il voto V di laurea in alcune facoltà viene applicata la seguente formula: $V = \frac{M}{3} \cdot 11 + T$ dove: M rappresenta la media dei voti (variabile da un minimo di 18 a un massimo di 30); T è il punteggio attribuito alla tesi di laurea (variabile da un minimo di 5 a un massimo di 11 punti). a. La media M dei voti di Irene è 24. Il suo voto V di laurea può essere 90? Scegli la risposta e completa la frase. ☐ Sì, perché ☐ No, perché b. La media M dei voti di Pietro è 27. Pietro vuole ottenere almeno 105 come voto V di laurea. Qual è il punteggio minimo T che Pietro dovrà ottenere nella tesi? A. ☐ 5 B. ☐ 6 C. ☐ 8 D. ☐ 11	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni SCOPO DELLA DOMANDA Comprendere ed utilizzare le informazioni presenti nel testo e sostituire i dati nella formula per giustificare quanto richiesto. PROCESSO PREVALENTE a. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico. b. Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – Indicazioni nazionali: TRAGUARDO a. Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta. b. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà.</i>	Risposta corretta: No, perché... Sono corrette tutte le risposte che fanno riferimento, anche implicitamente, al fatto che il voto di laurea non può essere minore di 93. a. In questo item lo studente deve scrivere quale argomentazione lo abbia portato a scegliere la risposta da completare. Per rispondere non sono strettamente necessarie manipolazioni algebriche della formula, ma la sola sostituzione di M con 24, tenendo conto di come il vincolo su T, espresso nel testo, si traduce in un vincolo su V. Si può osservare che non è necessaria nemmeno la conoscenza della convenzione sulla precedenza tra le operazioni, in quanto l'addizione, in questa formula, segue la moltiplicazione. b. Nel secondo item è chiesto di individuare quale punteggio per T permette di rispettare il vincolo su V, espresso nel testo della domanda, dopo aver sostituito M con 27. Lo studente può sostituire V con 105 e operare una semplice manipolazione algebrica, come quelle presenti nella pratica didattica per la risoluzione delle equazioni o per



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
	DIMENSIONE a. Argomentare b. Risolvere problemi	l'individuazione delle formule inverse. Altrimenti può utilizzare una strategia per prove ed errori a partire dai valori forniti nelle diverse opzioni di risposta.
D24. Osserva la figura.  L'area del triangolo ABC è $\frac{2}{5}$ dell'area del quadrilatero ABCD. Qual è il rapporto fra l'area del triangolo ACD e l'area del triangolo ABC? A. ☐ 2:3 B. ☐ 3:2 C. ☐ 3:5 D. ☐ 5:3	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Utilizzare il concetto di rapporto tra due frazioni complementari. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO Utilizzare il concetto di rapporto fra numeri o misure ed esprimerlo sia nella forma decimale, sia mediante frazione. DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: B L'alunno è chiamato a confrontare due frazioni complementari attraverso un rapporto: $\frac{3}{5} : \frac{2}{5} = 3 : 2$ La difficoltà del quesito può risiedere in: • mancato riconoscimento dell'area del triangolo ACD come frazione complementare di $\frac{2}{5}$ rispetto all'intero (area del quadrilatero ABCD); • scelta del rapporto tra l'area del triangolo ACD e quella del quadrilatero (opzione C); • scelta del rapporto inverso rispetto a quello richiesto (opzione A); • concomitanza degli errori previsti nelle opzioni A e C (opzione D).



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D25. Osserva lo schema.  Quale delle seguenti equazioni può rappresentare lo schema? A. ☐ $3 \cdot 2x = 53$ B. ☐ $x + 3x = 53$ C. ☐ $2x + 3 = 53$ D. ☐ $3 + x^2 = 53$	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni SCOPO DELLA DOMANDA Individuare l'equazione che descrive uno schema contenente alcuni segmenti e le corrispondenti lunghezze espresse in lettere o numeri. PROCESSO PREVALENTE Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale. DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: C Lo studente deve individuare l'equazione corrispondente allo schema in figura. Tale individuazione parte dall'osservazione, consueta nella pratica didattica, che un numero o una lettera assegnati ad un segmento ne rappresentino la lunghezza e che la lunghezza della somma di segmenti adiacenti sia la somma delle lunghezze dei singoli segmenti. È poi necessaria la manipolazione algebrica per trasformare $x + 3 + x$ in $2x + 3$ e riconoscere nello schema il valore corrispondente alla somma dei tre segmenti adiacenti (53). I diversi errori intercettati dalle diverse opzioni di risposta si riferiscono all'errata semantica di semplici espressioni letterali.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento																																										
D26. Luisa e Giovanna utilizzano un numero diverso di mollette quando devono stendere più di un telo, come in figura.   Luisa Giovanna a. Completa la seguente tabella. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Numero di teli</th><th>Numero di mollette per Luisa</th><th>Numero di mollette per Giovanna</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>7</td></tr> <tr><td>10</td><td>20</td><td>11</td></tr> <tr><td>19</td><td>38</td><td>20</td></tr> </tbody> </table>	Numero di teli	Numero di mollette per Luisa	Numero di mollette per Giovanna	2	4	3	3	6	4	4	8	5	6	12	7	10	20	11	19	38	20	AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni SCOPO DELLA DOMANDA a. A partire dalla rappresentazione in tabella di due diverse relazioni tra la stessa variabile indipendente e le corrispondenti variabili dipendenti, calcolare i valori dell'una o dell'altra. b. Riconoscere la formula che modella la relazione, descritta da una tabella, tra variabile dipendente e variabile indipendente. c. Riconoscere la formula che modella la relazione tra le variabili dipendenti delle due relazioni descritte dalla tabella. . PROCESSO PREVALENTE a. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure b. e c. Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO a. L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. b. e c. Confronta procedimenti diversi e	Risposta corretta: a. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Numero di teli</th><th>Numero mollette per Luisa</th><th>Numero di mollette per Giovanna</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>12</td><td>7</td></tr> <tr><td>10</td><td>20</td><td>11</td></tr> <tr><td>19</td><td>38</td><td>20</td></tr> </tbody> </table> b. B c. A a-b. Nel primo item è chiesto di completare una tabella inserendo gli elementi mancanti, mentre nel secondo si richiede di generalizzare le relazioni sottostanti. Gli elementi mancanti sono ricavabili mettendo in relazione il numero di teli e il numero di mollette attraverso l'analisi delle prime tre righe, già compilate, della tabella. Per sostenere la costruzione di queste relazioni e per la loro generalizzazione sono fornite due immagini dalle quali è possibile accorgersi che Luisa utilizza 2 mollette per ogni telo, mentre Giovanna utilizza 1 molletta per ogni telo a parte il primo, per il quale ne utilizza 2. Per cui se n indica il numero di teli, il numero di mollette utilizzate da Giovanna è	Numero di teli	Numero mollette per Luisa	Numero di mollette per Giovanna	2	4	3	3	6	4	4	8	5	6	12	7	10	20	11	19	38	20
Numero di teli	Numero di mollette per Luisa	Numero di mollette per Giovanna																																										
2	4	3																																										
3	6	4																																										
4	8	5																																										
6	12	7																																										
10	20	11																																										
19	38	20																																										
Numero di teli	Numero mollette per Luisa	Numero di mollette per Giovanna																																										
2	4	3																																										
3	6	4																																										
4	8	5																																										
6	12	7																																										
10	20	11																																										
19	38	20																																										



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
b. Quale fra le seguenti espressioni rappresenta il numero di mollette usate da Giovanna per stendere n teli? A. ☐ $n-1$ B. ☐ $n+1$ C. ☐ $2n-1$ D. ☐ $n+2$ c. Giovanna e Luisa stendono lo stesso numero di teli. Giovanna usa x mollette. Quale espressione permette di calcolare il numero di mollette che usa Luisa? A. ☐ $(x-1) \cdot 2$ B. ☐ $2x-1$ C. ☐ $x+1$ D. ☐ $x:2+1$	produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi. DIMENSIONE a. Conoscere b. Risolvere problemi	pari al numero di teli, più una molletta aggiuntiva sul primo telo, quindi $n+1$. In alternativa, è possibile sostituire i valori di n presenti in tabella nelle diverse formule, proposte nelle opzioni di risposta, per verificare quale restituisca il corretto numero di teli. Tuttavia tale strategia prevede di verificare le formule per più righe della tabella. c. Allo studente è chiesto di riconoscere l'espressione per calcolare il numero di mollette usate da Luisa a partire dal numero di mollette usate da Giovanna, passando attraverso il dato che il numero di teli sia lo stesso per entrambe. È possibile allora esprimere il numero di teli in relazione al numero di mollette usate da Giovanna (che è, per quanto visto al punto b. esattamente $x-1$) e moltiplicare questo valore per 2, siccome Luisa utilizza due mollette per ogni telo. Quindi $2 \cdot (x-1)$. Ovviamente anche in questo caso è possibile sostituire nelle diverse formule il numero di mollette presenti in tabella per Giovanna, proposte nelle opzioni di risposta, per verificare quale restituisca il corretto numero di mollette per Luisa. Anche in questo caso è necessario verificare le formule per più righe della tabella.

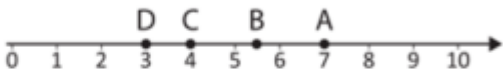


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D27. In una delle coppie di numeri elencate sotto, il primo numero è minore di 1,25 e il secondo numero è maggiore di 1,25. In quale? A. ☐ $\frac{8}{4}$ e $\frac{9}{4}$ B. ☐ $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{5}$ C. ☐ $\frac{2}{2}$ e $\frac{3}{2}$ D. ☐ $\frac{9}{10}$ e $\frac{12}{10}$	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Confrontare frazioni e numeri decimali individuando un intervallo di variabilità. PROCESSO PREVALENTE Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Utilizzare frazioni equivalenti e numeri decimali per denotare uno stesso numero razionale in diversi modi, essendo consapevoli di vantaggi e svantaggi delle diverse rappresentazioni.</i> DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: C L'alunno è chiamato a individuare quale intervallo tra due frazioni (di uguale denominatore), tra quelli proposti, contiene al suo interno il numero 1,25. La strategia di trasformare 1,25 in frazione ($125/100$) potrebbe non essere quella più efficace per fornire una rapida risposta, in quanto le quattro coppie di frazioni sono date con denominatori diversi (anche se tutti divisori di 100). In questo caso l'alunno potrebbe esprimere le 8 frazioni fornite attraverso frazioni equivalenti con denominatore 100. Una strategia più rapida sarebbe quella di escludere l'opzione A in quanto l'estremo inferiore dell'intervallo è 2 (maggiore di 1,25) e l'opzione B in quanto l'estremo superiore dell'intervallo è minore di 1, quindi minore di 1,25. Infine, l'estremo superiore dell'intervallo di frazioni dell'opzione D è 1,2 che è minore di 1,25.

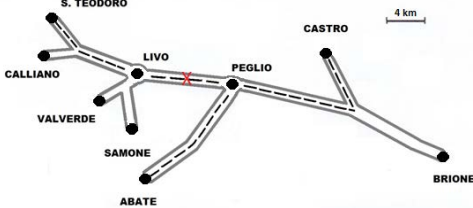


Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D28. Osserva questa uguaglianza: $3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{1000} = m$ Quale fra i seguenti valori di m rende vera l'uguaglianza? A. ☐ $m = 3,201$ B. ☐ $m = 3,041$ C. ☐ $m = 3,401$ D. ☐ $m = 3,251$	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Comprendere le relazioni fra frazioni proprie e cifre decimali di un numero. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: C L'alunno potrebbe fornire la risposta corretta attraverso un'addizione tra frazioni: $3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{1000} = \frac{3000 + 400 + 1}{1000} = \frac{3401}{1000}$ In alternativa è possibile fornire la risposta corretta riconoscendo che $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ il che permette di ricavare la rappresentazione posizionale del numero 3,401 a partire dalla corrispondente scrittura polinomiale. Ancora l'alunno potrebbe convertire le singole frazioni in numeri decimali per poi sommare questi ultimi.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D29. Quale tra i seguenti punti della linea dei numeri è più vicino a $\sqrt{8}$?  A. ☐ Punto A B. ☐ Punto B C. ☐ Punto C D. ☐ Punto D	AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Stimare il valore di una radice quadrata PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Dare stime della radice quadrata utilizzando solo la moltiplicazione.</i> DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta: D L'alunno è chiamato a riconoscere che il valore della radice quadrata di 8 è inferiore a 3 (in quanto $3^2=9$). Un errore frequente è la scelta della metà del radicando (opzione C) al posto della radice.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D30. Seguendo il percorso indicato dalla linea tratteggiata sulla mappa, Enrico parte in auto da Castro, va ad Abate a prendere un amico e riparte con lui per andare a S. Teodoro. Dopo aver fatto 52 km dalla partenza da Castro, si ferma lungo la strada tra due località a fare rifornimento a un distributore di benzina.	AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni SCOPO DELLA DOMANDA Stimare la lunghezza di una spezzata con una unità di misura data, contando due volte uno stesso ramo. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica. Indicazioni nazionali: TRAGUARDO L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni. Indicazioni nazionali: OBIETTIVO <i>Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.</i> DIMENSIONE Conoscere	Risposta corretta:  Lo studente deve ripercorrere la strada fatta da Enrico attraverso la rappresentazione in scala fornita. Nel primo tratto di percorso, Enrico va da Castro fino ad Abate (passando quindi per Peglio). Il tratto compreso fra Castro e Peglio corrisponde a circa 5 volte l'unità di misura, quindi circa 20 km. La strada da Peglio ad Abate corrisponde circa a 3,5 unità ovvero 14 km. Quindi per andare da Casto ad Abate si percorrono circa 34 km. Il tratto da Abate a Peglio viene percorso di nuovo per andare verso S. Teodoro. Quindi Enrico, quando passa di nuovo da Peglio, ha percorso complessivamente $34+14=48$ km. Enrico percorre altri 4 km (per un totale di 52 km), quindi non raggiunge Livio. Pertanto il distributore deve essere posizionato in un punto che si trovi fra Peglio e Livio.