Il processo di matematizzazione della realtà prosegue ora con il concetto di **equazione** che verrà usato d'ora in poi in qualunque problema, sia geometrico, che fisico che scientifico o economico

Se scriviamo in formato matematico-algebrico queste frasi…

•La somma di un numero con sé stesso, è uguale al suo doppio.	• la differenza fra un numero e 9 è uguale a 20.

…Risultano così:

x+x =2x	x-9=20

Se al posto della incognita X proviamo a sostituire un numero, vediamo che l'uguaglianza funziona per **QUALUNQUE** numero.

Es. x=3
*3+3= 2*3*
6=6

Se al posto della incognita X proviamo a sostituire un numero, vediamo che l'uguaglianza è vera **SOLO** per **UN** numero cioè 29.

Es. x=29
29-9=20
SI

Es. x=12
12-9=20
NO

IDENTITA' ed EQUAZIONI

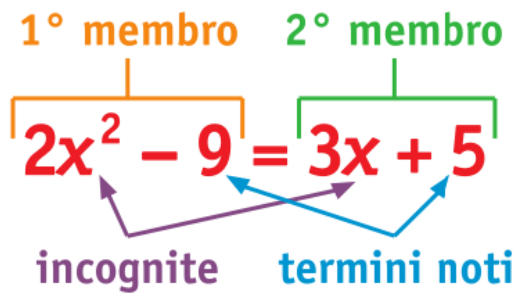
Quindi possiamo avere DUE TIPI di uguaglianze:

IDENTITA':
È un uguaglianza fra due espressioni (almeno una letterale) che è verificata per QUALUNQUE valore dato alla/alle lettere.

EQUAZIONE:
È un uguaglianza fra due espressioni (almeno una letterale) che è verificata SOLO per particolari valori dati alla/alle lettere.

Identità → uguaglianze sempre vere per **qualsiasi** valore delle lettere.
Equazioni → uguaglianze vere solo per **alcuni** valori delle lettere.

TIPI e TERMINI di EQUAZIONI



• le espressioni letterali che formano l'uguaglianza si chiamano **membri.**
• le lettere che compaiono in una equazione si chiamano **incognite.**
• i termini di un'equazione che non contengono lettere (e quindi incognite) si chiamano **termini noti**.

Un'equazione può avere una o più incognite. (x, y, z,…)

ESEMPI
1. $5x = 3 - x$ è un'equazione a una incognita
2. $x + 3y = -2$ è un'equazione a due incognite

Il **grado** di un'equazione è il grado più grande dei vari monomi che la compongono.

ESEMPI
1. $2x - 3 = 4$ è un'equazione di **primo** grado
2. $x^2 - 2x = 6$ è un'equazione di **secondo** grado
3. $x^3 - x^2 = x + 1$ è un'equazione di **terzo** grado

Un'equazione è **intera** se l'incognita è solo al numeratore
Un'equazione è **fratta** se l'incognita è anche al denominatore.

ESEMPI
1. $\frac{1}{4}x + 3 = 2x - 1$ è un'equazione intera
2. $\frac{2}{x} - 5 = \frac{1}{3}$ è un'equazione frazionaria

SOLUZIONE DI UN EQUAZIONE

Una volta che ci si trova di fronte ad un’equazione qual è lo scopo?

Trovare la/le soluzioni ➔ cioè trovare il o i valori dell’incognita che rendono vera l’equazione.

- *risolvere un’equazione significa calcolare tutte le soluzioni (dette anche radici).*

L’insieme delle soluzioni di un’equazione si chiama **DOMINIO**.

Per risolvere le equazioni si utilizzano alcune regole-principi.

1° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Due equazioni si dicono equivalenti se hanno le stesse soluzioni.

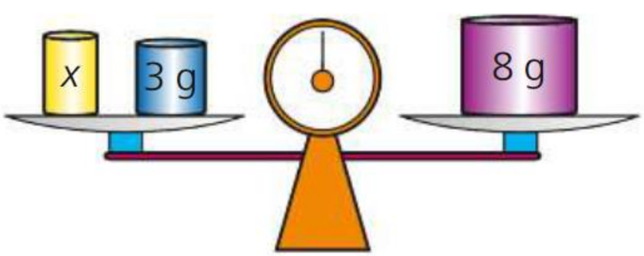
1° <u>Addizionando o sottraendo</u> ai due membri di un'equazione uno stesso numero o una stessa espressione algebrica contenente l'incognita, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Esempio:

X+3=8 ➔ X =5

Ma anche se scrivo così (aggiungendo +4 <u>ad entrambi</u> i membri):

$x + 3 + 4 = 8 + 4$ ➔ X=5



È come avere per ogni membro un piatto della bilancia e l'incognita è un peso che io non conosco.

Se da entrambi i piatti aggiungo lo stesso peso, la situazione non cambia.

REGOLA DEL TRASPORTO- conseguenza del 1° principio di equivalenza

In un'equazione si può trasportare un termine da un membro all'altro, purché lo si cambi di segno (**regola del trasporto**); l'equazione che si ottiene è equivalente a quella data.

Esempi:

$\mathbf{4x - 3 = 5}$, ➡ $x = 2$.

Ora applico il primo principio di equival aggiungendo +3 a destra e a sinistra

$4x - \cancel{3} + \cancel{3} = 5 + 3$ cioè $\mathbf{4x = 5 + 3}$

A sinistra si elimina perchè opposto mentre resta a destra.
È come aver trasportato a destra il -3 che c'era a sinistra ma col segno cambiato.

L'equazione $x + 2 = 3x - 1$ è equivalente a $x + 2 - 3x + 1 = 0$

L'equazione $3x - 5 = -2x + 4$ è equivalente a $3x - 5 + 2x - 4 = 0$,

2° PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di un'equazione per uno stesso numero (diverso da zero) si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Esempio:

$6x = 12$ ➔ $x = 2$.

Ma anche se scrivo così (moltiplicando per 3 entrambi i membri):

$6x \cdot 3 = 12 \cdot 3$ cioè $18x = 36$ ➔ X= 2

conseguenza del 2° principio di equivalenza

Se si cambia il segno a ogni termine di un'equazione, si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Esempio:

-X +2 = -3

Se moltiplichiamo entrambi i membri per -1 risulta

X-2=3 che è un'equazione equivalente (con la stessa soluzione) X=5

Un'equazione in cui figurano termini con coefficienti frazionari si può trasformare in un'altra equivalente, con tutti i coefficienti interi, moltiplicando entrambi i membri per il m.c.m. dei denominatori.

$$\frac{2}{3}x-1=\frac{5}{2}$$

Moltiplico entrambi i membri per l'mcm dei denominatori che è 6

$$6\cdot\left(\frac{2}{3}x-1\right)=6\cdot\frac{5}{2} \Rightarrow =\overset{2}{\cancel{6}}\cdot\left(\frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}x\right)+6\cdot(-1)=\overset{3}{\cancel{6}}\cdot\frac{5}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

cioè

$$4x-6=15$$

RISOLUZIONE EQUAZIONE 1° GRADO

Per risolvere un'equazione di primo grado, devo:

1) spostare i termini per raggiungere la **forma normale.**

$$\underbrace{a}_{\text{coefficiente dell'incognita}}x = \underbrace{b}_{\text{termine noto}}$$

2) dividere il termine noto per il coefficiente dell'incognita.

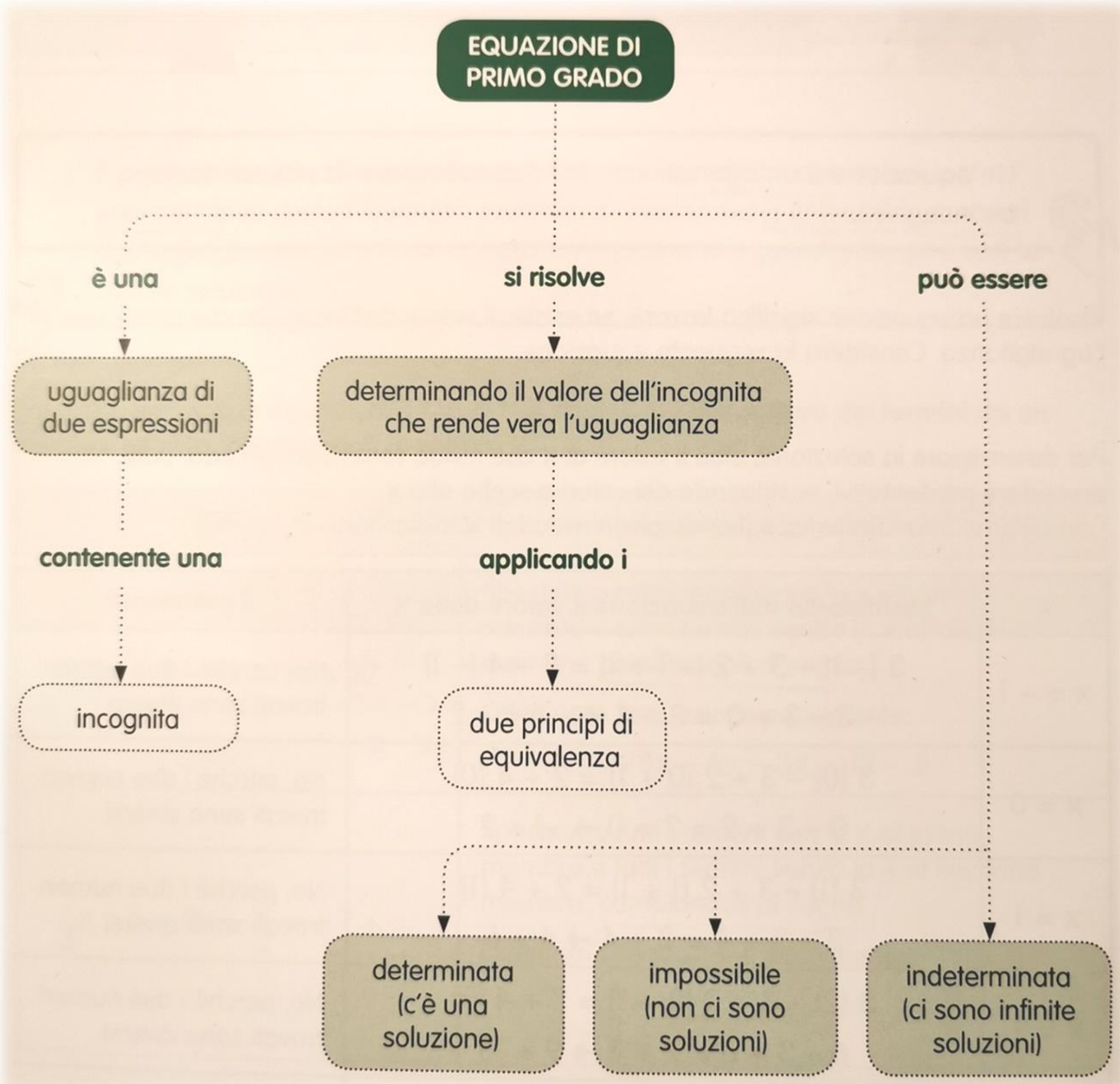
$$x = \frac{b}{a}$$

La **soluzione** di un'equazione di primo grado nell'incognita x, ridotta a forma normale, si ottiene dividendo il termine noto per il coefficiente dell'incognita.

ESEMPI

1. Data l'equazione:

$2x - x - 5 = -4x + 10$	si applica la regola del trasporto
$2x - x + 4x = 10 + 5$	si riducono i termini simili
$5x = 15$	si scrive la forma normale
$x = \dfrac{15}{5} = 3$	si trova la soluzione


EQUAZIONE DI PRIMO GRADO
è una
si risolve
può essere
uguaglianza di due espressioni
determinando il valore dell'incognita che rende vera l'uguaglianza
contenente una
applicando i
incognita
due principi di equivalenza
determinata (c'è una soluzione)
impossibile (non ci sono soluzioni)
indeterminata (ci sono infinite soluzioni)