A cura di **Canalescuola**

Math Genius

MatematicaFACILE

2

Percorsi ad alta leggibilità per
l'apprendimento e il ripasso della matematica

DeA SCUOLA

DeAGOSTINI

Ambiente educativo Digitale

E-BOOK + DIDATTICA INCLUSIVA

Math Genius 2

MatematicaFACILE

DeAGOSTINI

internet: deascuola.it

e-mail: info@deascuola.it

Redattore responsabile: Alessio Delfrati
Tecnico responsabile: Alessandro Cafagna
Redazione e ricerca iconografica: Rubber Band
Progetto grafico: Maura Santini, Studio Aurion
Impaginazione e prestampa: Rubber Band
Copertina: Tiziana Pesce, Maura Santini
Disegni: Claudia Benassi, Gabriella Bianco, Maurizio De Bellis, Rubber Band

Art Director: Nadia Maestri

I testi di questo volume sono stati curati da Valentina Lazzarotto e Emil Girardi di Canalescuola "River-Equipe" – gruppo di studio e ricerca didattica nell'ambito dei DSA.

Proprietà letteraria riservata
© 2015 De Agostini Scuola SpA – Novara
1ª edizione: Gennaio 2015
Printed in Italy

Le fotografie di questo volume sono state fornite da:
Shutterstock, Thinkstockphotos

Immagini in copertina: Shutterstock, Maurizio De Bellis

Ricerca iconografica per la copertina: Cristina Colombo

L'Editore dichiara la propria disponibilità a regolarizzare eventuali omissioni o errori di attribuzione.

Nel rispetto del DL 74/92 sulla trasparenza nella pubblicità, le immagini escludono ogni e qualsiasi possibile intenzione o effetto promozionale verso i lettori.

Tutti i diritti riservati. Nessuna parte del materiale protetto da questo copyright potrà essere riprodotta in alcuna forma senza l'autorizzazione scritta dell'Editore.

Il software è protetto dalle leggi italiane e internazionali. In base ad esse è quindi vietato decompilare, disassemblare, ricostruire il progetto originario, copiare, manipolare in qualsiasi modo i contenuti di questo software. Analogamente le leggi italiane e internazionali sul diritto d'autore proteggono il contenuto di questo software sia esso testo, suoni e immagini (fisse o in movimento). Ne è quindi espressamente vietata la diffusione, anche parziale, con qualsiasi mezzo. Ogni utilizzo dei contenuti di questo software diverso da quello per uso personale deve essere espressamente autorizzato per iscritto dall'Editore, che non potrà in nessun caso essere ritenuto responsabile per eventuali malfunzionamenti e/o danni di qualunque natura.

Eventuali segnalazioni di errori, refusi, richieste di chiarimento/funzionamento dei supporti multimediali o spiegazioni sulle scelte operate dagli autori e dalla Casa Editrice possono essere inviate all'indirizzo di posta elettronica *info@deascuola.it*

Indice

Altre schede sull'eBook

Presentazione

Lo sai che studiare la matematica è più facile di quanto ci facciano credere? Ebbene sì, l'**intelligenza matematica** è qualcosa che **possediamo fin dalla nascita**, ma come tutte le **capacità** dobbiamo tenerla **allenata**. Questo libro ti suggerisce delle **strategie** e dei **metodi** di allenamento matematico. Come per ogni esercizio, dobbiamo avere sempre un buon maestro e buoni strumenti, altrimenti… che fatica!

Per chi e perché questo libro?

Sappiamo che per uno studente che ha **difficoltà a leggere, scrivere e a far di conto** il libro non è sempre lo strumento più facile da usare. Per questo abbiamo cercato di mettere **meno parole** possibile e abbiamo usato **molti schemi, mappe e tabelle**, ma soprattutto degli ottimi **esempi** da cui copiare e ispirarti per costruire i tuoi strumenti personali e **trovare la tua strada**.

Come funziona questo libro?

Il libro ti permette di seguire il programma della classe facendoti scoprire risorse per le procedure di automatizzazione e riducendo all'essenziale le parole della matematica. In questo libro trovi:

- moltissimi **suggerimenti**;
- tutti i **concetti matematici** scritti in maniera più **immediata**;
- **schemi e tabelle** che ti ricordano tutte le **regole**; li puoi usare ogni volta che affronti un esercizio, un compito o una verifica;
- le **procedure** da utilizzare per **risolvere problemi ed esercizi**. È importantissimo che tu le segua sempre per non dimenticarti qualche passaggio che ti può costare errori e molta fatica!

Perché utilizzare questo libro (sempre)?

Un alunno con difficoltà di lettura, scrittura e calcolo può **usare questo libro per legge**! Proprio così: ogni studente con dislessia o con una certificazione di DSA può usarlo perfino durante le verifiche e gli esami (legge 170/2010). Questo perché il libro non si sostituisce alla tua mente (che funziona benissimo), ma perché è uno **strumento** che ti **permette di correggerti** ed evitare molti errori inutili e di correre con dignità la corsa per il successo in matematica (hai mai pensato come fa un nuotatore a vincere l'oro olimpico senza occhialini? Impossibile…).

Ma allora posso fare a meno di studiare?

Il tuo compito rimane quello di mantenerti in allenamento, quindi di **studiare con costanza**. Senza allenamento anche questo libro non ti potrà essere molto d'aiuto (gli occhialini non vincono da soli le olimpiadi, …).

Come usare il libro? Gli STRUMENTI e gli esercizi

Il libro è **diviso per argomenti**. Per ogni argomento ci sono una serie di **STRUMENTI** come tabelle con regole, schemi con procedure ecc. Sul lato della pagina trovi il **titolo** di ogni strumento che ti viene proposto. Il libro è pieno di **collegamenti**: **seguili sempre** per approfondire e scoprire che molte risorse sono collegate tra loro! Per ritrovare questi strumenti o per trovare quelli che ti servono, magari durante una verifica o per i compiti a casa, puoi utilizzare l'indice a fine libro oppure inserire tra le pagine dei segna-pagina colorati.
Per ogni argomento trovi una serie di **esercizi consigliati**, tratti dal corso *Math Genius* ma non solo.
Un simbolo ti dice se puoi farli:

DA SOLO **da solo** senza aiuti,

con la **calcolatrice**,

CON STRUMENTO con uno **strumento**,

CON ESEMPIO con un **esempio**.

Inoltre troverai dei **laboratori** LABORATORIO per consolidare le tue capacità.

Il libro è anche fornito in versione **eBook**, che contiene schede aggiuntive e esercizi interattivi.

BUON LAVORO
Gli Autori

SCHEDA
1

Frazioni e numeri decimali

FRAZIONI DECIMALI

FRAZIONI
DECIMALI

La **frazione decimale** ha come **denominatore una potenza di 10** **(100, 1.000, 10.000...)**.

$\frac{1}{10}$ $\frac{34}{100}$ $\frac{1.234}{1.000}$

Dalla frazione decimale $\xrightarrow{\text{al}}$ numero decimale limitato

$\frac{3}{10} \rightarrow 3 : 10 = 0{,}3$

DIVIDI IL NUMERATORE
PER IL DENOMINATORE[1]

$\mathbf{\frac{3}{10}}$	$\overrightarrow{}$: 10	3 : 10 = 0,3	Scrivi il numeratore e posiziona la **virgola** dopo la **prima cifra** procedendo **da destra verso sinistra**.
$\mathbf{\frac{3}{100}}$	$\overrightarrow{}$: 100	3 : 100 = 0,03	Scrivi il numeratore e posiziona la **virgola** dopo la **seconda cifra** procedendo **da destra verso sinistra**.
$\mathbf{\frac{3}{1.000}}$	$\overrightarrow{}$: 1.000	3 : 1.000 = 0,003	Scrivi il numeratore e posiziona la **virgola** dopo la **terza cifra** procedendo **da destra verso sinistra**.

[1] Vedi strumento "Moltiplicazioni e divisioni per 10, 100, 1.000" nel fascicolo 1.

Frazioni e numeri decimali

FRAZIONI DECIMALI

Dal numero decimale limitato → alla → frazione decimale

4,5	Numeratore $\frac{45}{}$	1. Al **numeratore** scrivi il **numero senza la virgola.**	$\frac{\mathbf{45}}{\mathbf{10}}$
	Denominatore $\frac{}{10}$	2. Al **denominatore** scrivi **1** e **tanti zeri quante sono le cifre decimali** del numero.	

*Osserva i seguenti esempi in cui si passa **dal numero decimale limitato alla frazione decimale**.*

$1{,}8 \rightarrow \frac{18}{10}$

$16{,}59 \rightarrow \frac{1.659}{100}$

$4{,}789 \rightarrow \frac{4.789}{1.000}$

*Adesso osserva i seguenti esempi in cui si passa **dalla frazione decimale al numero decimale limitato**.*

$\frac{15}{10} \rightarrow 1{,}5$

$\frac{2.853}{100} \rightarrow 28{,}53$

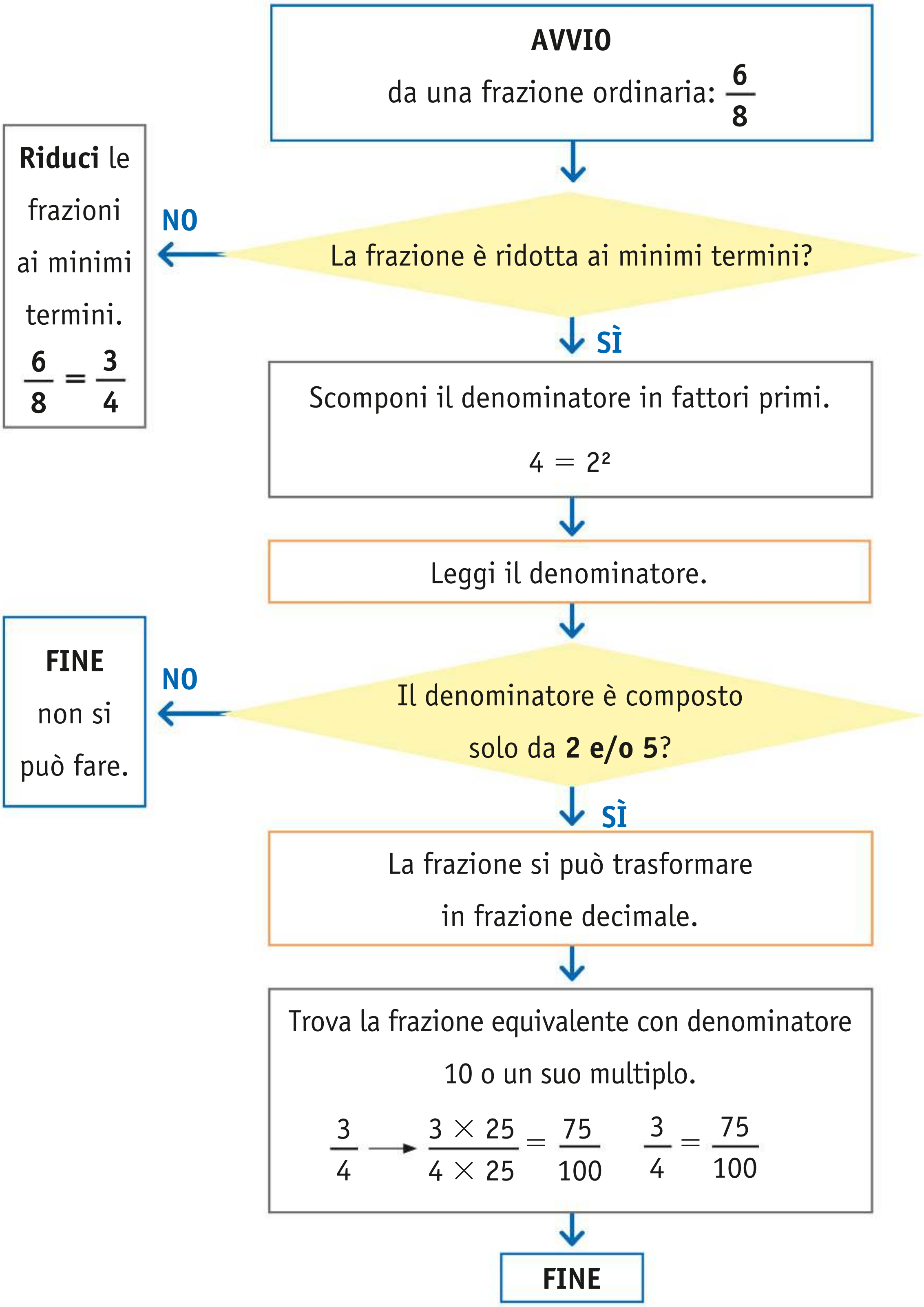
$\frac{6.467}{1.000} \rightarrow 6{,}467$

SCRIVI IL NUMERATORE, POI POSIZIONA LA VIRGOLA DOPO TANTE CIFRE QUANTI SONO GLI ZERI AL DENOMINATORE, DA DESTRA A SINISTRA

FRAZIONI RIDUCIBILI A FRAZIONI DECIMALI

FRAZIONI RIDUCIBILI A FRAZIONI DECIMALI

Le **frazioni non decimali** sono dette **frazioni ordinarie**.



AVVIO
da una frazione ordinaria: $\frac{6}{8}$

La frazione è ridotta ai minimi termini?

NO → **Riduci** le frazioni ai minimi termini. $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

SÌ ↓

Scomponi il denominatore in fattori primi.

$4 = 2^2$

Leggi il denominatore.

Il denominatore è composto solo da **2 e/o 5**?

NO → **FINE** non si può fare.

SÌ ↓

La frazione si può trasformare in frazione decimale.

Trova la frazione equivalente con denominatore 10 o un suo multiplo.

$$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} \qquad \frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

FINE

OPERAZIONI CON I NUMERI DECIMALI LIMITATI

		IN COLONNA	FRAZIONI DECIMALI
ADDIZIONI	$7{,}5 + 0{,}32 =$	$7{,}5\ +$ $0{,}32 =$ $7{,}82$	$\frac{75}{10} + \frac{32}{100} =$ $= \frac{750 + 32}{100} =$ $= \frac{782}{100} = 7{,}82$
SOTTRAZIONI	$8{,}45 - 5{,}3 =$	$8{,}45\ -$ $5{,}3\ =$ $3{,}15$	$\frac{845}{100} - \frac{53}{10} =$ $= \frac{845 - 530}{100} =$ $= \frac{315}{100} = 3{,}15$
MOLTIPLICAZIONI	$2{,}16 \times 1{,}7 =$	$2{,}16\times$ $1{,}7=$ 1 512 2 16 3,672	$\frac{216}{100} \times \frac{17}{10} =$ $= \frac{3.672}{1.000} = 3{,}672$
DIVISIONE	$15{,}12 : 2{,}8 =$	$(15{,}12 \times 100) : (2{,}8 \times 100) =$ $1.512 : 280 = 5{,}4$	$\frac{1.512}{100} : \frac{28}{10} =$ $= \frac{1.512}{100} \times \frac{10}{28} =$ $= \frac{15.120}{2.800} = 5{,}4$
POTENZA	$1{,}7^2$	$1{,}7 \times 1{,}7 = 2{,}89$	$1{,}7^2 = \left(\frac{17}{10}\right)^2 =$ $= \frac{17^2}{10^2} =$ $= \frac{289}{100} = 2{,}89$

TRONCAMENTO E ARROTONDAMENTO

TRONCAMENTO E ARROTONDAMENTO

Esistono diversi modi per **abbreviare un numero con tante cifre decimali**.

Il **troncamento** consiste nel considerare le cifre che si vogliono conservare, **eliminando le altre cifre eccedenti**.

Dato il numero decimale **3,7837** si avranno le seguenti approssimazioni per troncamento:

3 (alle unità)   3,**7** (ai decimi)   3,7**8** (ai centesimi)   3,78**3** (ai millesimi)

L'arrotondamento consiste nel considerare le cifre che si vogliono conservare, **eliminando le cifre eccedenti** in base al seguente criterio.

– **Approssimazione per difetto**: se la **cifra che segue** quella da mantenere **è minore di 5**, si considera la cifra da mantenere **così com'è**.

– **Approssimazione per eccesso**: se la **cifra che segue** quella da mantenere **è uguale o maggiore di 5, si aumenta di un'unità** la cifra da mantenere.

CIFRA DECIMALE DA ELIMINARE	MODIFICA NELL'ULTIMA CIFRA	NUMERO APPROSSIMATO
<5	Resta così com'è	$1{,}52\cancel{3}$ quindi: 1,5**2**
$\geqslant 5$	Aumenta di 1 unità	$1{,}52\cancel{7}$ quindi: 1,5**3**

APPROSSIMAZIONE PER DIFETTO O PER ECCESSO

APPROSSIMAZIONE PER DIFETTO O PER ECCESSO

Dato il numero decimale **359,577** si avranno le seguenti approssimazioni per arrotondamento.

APPROSSIMAZIONE	ALLE UNITÀ	AI DECIMI (0,1)	AI CENTESIMI (0,01)
Per difetto	359	359,5	359,57
Per eccesso	360	359,6	359,58

ESERCIZI CONSIGLIATI

Frazioni decimali

CON STRUMENTO

1 **Completa la tabella, seguendo l'esempio.**

FRAZIONE DECIMALE	DIVISIONE TRA IL NUMERATORE E IL DENOMINATORE DELLA FRAZIONE DATA	NUMERO DECIMALE LIMITATO
$\frac{58}{10}$	58 : 10	5,8
$\frac{75}{1.000}$	....	....
....	....	3,285
28 millesimi	....	....
....	43 : 10	....
....	136 : 100	....

Aiutati con lo strumento "**FRAZIONI DECIMALI**".

Numeri decimali limitati

CON ESEMPIO

2 **Trasforma le seguenti frazioni ordinarie in frazioni decimali e spiega perché tale trasformazione è sempre possibile.**

ESEMPIO $\frac{11}{20} = \frac{11 \times 5}{20 \times 5} = \frac{55}{100}$

a. $\frac{3}{20}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{11}{5}$ $\frac{27}{40}$

b. $\frac{11}{40}$ $\frac{3}{80}$ $\frac{13}{2}$ $\frac{9}{25}$ $\frac{7}{8}$

Operazioni con i numeri decimali limitati

3 **Esegui le seguenti operazioni in due modi: direttamente e trasformando i numeri decimali nelle corrispondenti frazioni decimali.**

CON ESEMPIO

ESEMPIO 1,3 + 4,5 =

$$\begin{array}{r} 1,3\ + \\ \underline{4,5\ =} \\ 5,8 \end{array} \qquad \frac{13}{10} + \frac{45}{10} = \frac{58}{10} = 5,8$$

35,9 − 3,52 = ...

$$\begin{array}{r} 35,9\ \ - \\ \underline{3,52\ =} \\ \dots\dots \end{array} \qquad \frac{\dots\dots}{\dots\dots} - \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$$

6,18 − 4,8 = ...

$$\begin{array}{r} 6,18\ - \\ \underline{4,8\ \ =} \\ \dots\dots \end{array} \qquad \frac{\dots\dots}{\dots\dots} - \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$$

0,97 − 0,9 = ...

$$\begin{array}{r} 0,97\ - \\ \underline{0,9\ \ =} \\ \dots\dots \end{array} \qquad \frac{\dots\dots}{\dots\dots} - \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$$

Numeri decimali periodici semplici e misti

4 **Indica per ogni numero decimale periodico semplice la parte intera e il periodo.**

CON ESEMPIO

NUMERO DECIMALE	PARTE INTERA	PERIODO
$7,\overline{3}$	7	3
$12,\overline{15}$	....	....
$3,\overline{64}$	....	....
$17,\overline{4}$	....	....
$8,\overline{42}$	....	....
$9,\overline{2}$	....	....

5 **Indica per ogni numero decimale periodico misto la parte intera, l'antiperiodo e il periodo.**

CON ESEMPIO

NUMERO DECIMALE	PARTE INTERA	ANTIPERIODO	PERIODO
$12{,}3\overline{2}$	12	3	2
$0{,}3\overline{45}$	....	....	....
$5{,}2\overline{14}$	....	....	....
$2{,}4\overline{269}$	....	....	....
$16{,}2\overline{475}$	....	....	....

Frazioni generatrici di numeri decimali

6 **Completa le seguenti trasformazioni di numeri decimali periodici semplici.**

CON ESEMPIO

ESEMPIO $1{,}\overline{6} = \dfrac{16 - 1}{9} = \dfrac{.....}{.....} = \dfrac{.....}{.....}$

a. $2{,}\overline{8} = \dfrac{..... - 2}{.....} = \dfrac{.....}{.....}$

b. $6{,}\overline{6} = \dfrac{66 - .....}{.....} = \dfrac{.....}{.....} = \dfrac{20}{.....}$

c. $2{,}\overline{15} = \dfrac{215 - .....}{......} = \dfrac{.....}{99} = \dfrac{.....}{33}$

d. $3{,}\overline{2} = \dfrac{32 - .....}{9} = \dfrac{.....}{.....}$

e. $4{,}\overline{7} = \dfrac{...... - 4}{9} = \dfrac{.....}{.....}$

f. $10{,}\overline{6} = \dfrac{106 - .....}{9} = \dfrac{.....}{.....} = \dfrac{32}{.....}$

7 **Collega con una freccia il numero decimale alla corrispondente frazione generatrice.**

DA SOLO

$\boxed{1{,}\overline{4}}$ $\boxed{0{,}1\overline{4}}$ $\boxed{1{,}\overline{14}}$ $\boxed{11{,}\overline{4}}$

$\boxed{\dfrac{114 - 11}{9}}$ $\boxed{\dfrac{14 - 1}{9}}$ $\boxed{\dfrac{114 - 1}{99}}$ $\boxed{\dfrac{14 - 1}{90}}$

Verifica

Svolgi gli esercizi della rubrica "AUTOVERIFICA" dell'unità *Frazioni e numeri decimali* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

SCHEDA
2

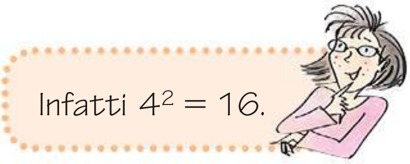
Estrazione di radice

LA RADICE QUADRATA

RADICE QUADRATA

La **radice quadrata** di un numero è quel numero che, **elevato al quadrato**, dà per risultato il **numero sotto il segno di radice**.

$\sqrt{16} = 4$



indice

RADICALE: $\boxed{\sqrt[2]{16}} = 4 \leftarrow$ radice quadrata

radicando

	RADICALE	RADICANDO	INDICE RADICE	VALORE DELLA RADICE (O RADICE QUADRATA)
$\sqrt{25}$	$\sqrt{25}$	25	2	5
$\sqrt{16}$	$\sqrt{16}$	16	2	4
$\sqrt{100}$	$\sqrt{100}$	100	2	10
$\sqrt{121}$	$\sqrt{121}$	121	2	11

IL QUADRATO PERFETTO

QUADRATO PERFETTO

Un **quadrato perfetto** (o **numero quadrato**) è un **numero naturale intero** che può essere espresso come il **quadrato di un altro numero intero**.

Un **numero naturale** è un **quadrato perfetto** quando, **scomposto in fattori primi**, presenta tutti **esponenti pari**.

$4 = 2^2$ $9 = 3^2$

Tabella dei quadrati perfetti

QUADRATO PERFETTO

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	$1^2 = 1 \times 1 = 1$
2	**2**	**4**	6	8	10	12	14	16	18	20	$2^2 = 2 \times 2 = 4$
3	**3**	6	**9**	12	15	18	21	24	27	30	$3^2 = 3 \times 3 = 9$
4	**4**	8	12	**16**	20	24	28	32	36	40	$4^2 = 4 \times 4 = 16$
5	**5**	10	15	20	**25**	30	35	40	45	50	$5^2 = 5 \times 5 = 25$
6	**6**	12	18	24	30	**36**	42	48	54	60	$6^2 = 6 \times 6 = 36$
7	**7**	14	21	28	35	42	**49**	56	63	70	$7^2 = 7 \times 7 = 49$
8	**8**	16	24	32	40	48	56	**64**	72	80	$8^2 = 8 \times 8 = 64$
9	**9**	18	27	36	45	54	63	72	**81**	90	$9^2 = 9 \times 9 = 81$
10	**10**	20	30	40	50	60	70	80	90	**100**	$10^2 = 10 \times 10 = 100$

PROPRIETÀ DELLE RADICI QUADRATE

PROPRIETÀ DELLE RADICI QUADRATE

PRODOTTO di due radicali con lo **stesso indice**	$\sqrt{100 \times 4}$ $\downarrow$ $\sqrt{400} = 20$	$\sqrt{100 \times 4}$ $\downarrow$ $\sqrt{100} \times \sqrt{4}$ $\downarrow$ $10 \times 2 = 20$
QUOZIENTE di due radicali con lo **stesso indice**	$\sqrt{400 : 4}$ $\downarrow$ $\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{400 : 4}$ $\downarrow$ $\sqrt{400} : \sqrt{4}$ $20 : 2 = 10$

RADICE QUADRATA APPROSSIMATA

RADICE
QUADRATA
APPROSSIMATA

Quando un **numero non è un quadrato perfetto**, la sua **radice non può essere** un **numero intero.**

$\sqrt{18} = ?$

$16 < 18 < 25$

$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$

$\sqrt{16} = 4$

$\sqrt{25} = 5$

$\sqrt{18} = 4$

radice **approssimata** per **difetto**

$\sqrt{18} = 5$

radice **approssimata** per **eccesso**

Si cercano i **due quadrati perfetti** vicini a 18.

Radice quadrata approssimata per difetto a meno di 0,1 – 0,01 – 0,001

$\sqrt{66}$ nelle TAVOLE →

n	$\sqrt{n}$
66	8,1240

$\sqrt{66}$ è un numero compreso tra 8 ($\sqrt{64}$) e 9 ($\sqrt{81}$).

Radice approssimata a meno di una unità	$\sqrt{66} \approx 8$
Radice approssimata a meno di 0,1	$\overset{0,1}{\sqrt{66}} \approx 8,1$
Radice approssimata a meno di 0,01	$\overset{0,01}{\sqrt{66}} \approx 8,12$
Radice approssimata a meno di 0,001	$\overset{0,001}{\sqrt{66}} \approx 8,124$

LA RADICE CUBICA

RADICE CUBICA

La **radice cubica** di un numero è quel numero che, **elevato al cubo**, dà per risultato il **numero sotto il segno di radice**.

$\sqrt[3]{8} = 2$

Infatti $2^3 = 8$.

Radice cubica approssimata per difetto a meno di 0,1 - 0,01 - 0,001

$\sqrt[3]{521}$ $\xrightarrow{\text{nelle TAVOLE}}$

n	$\sqrt[3]{n}$
521	8,0466

Radice approssimata a meno di una unità	$\sqrt[3]{521} \approx 8$
Radice approssimata a meno di 0,1	$\overset{0,1}{\sqrt[3]{521}} \approx 8,0$
Radice approssimata a meno di 0,01	$\overset{0,01}{\sqrt[3]{521}} \approx 8,04$
Radice approssimata a meno di 0,001	$\overset{0,001}{\sqrt[3]{521}} \approx 8,046$

ESTRAZIONE DI RADICE CON LE TAVOLE NUMERICHE

ESTRAZIONE DI RADICE CON LE TAVOLE NUMERICHE

Usando le **tavole numeriche** è possibile calcolare facilmente la **radice quadrata** ($\sqrt{\ }$) e la **radice cubica** ($\sqrt[3]{\ }$) di un **numero compreso tra 1 e 1.000**.

Osserva le cinque colonne delle tavole numeriche:
la 4ª colonna indica la $\sqrt{\ }$, la 5ª colonna indica la $\sqrt[3]{\ }$.

1ª COLONNA	2ª COLONNA	3ª COLONNA	4ª COLONNA	5ª COLONNA
↓			↓	↓
n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$

1. Cerca il numero (***n***) su cui devi operare nella **prima colonna**.	$\sqrt{511}$	$\sqrt[3]{511}$
2. Scorri il dito verso destra fino alla **quarta colonna** per trovare la **radice quadrata** ($\sqrt{n}$) oppure fino alla **quinta colonna** per trovare la **radice cubica** ($\sqrt[3]{n}$). 3. Controlla a quanto devi approssimare la radice[1].	$\sqrt{511} = 22,6053$ $\overset{0,001}{\sqrt{511}} = 22,605$ $\overset{0,01}{\sqrt{511}} = 22,60$ $\overset{0,1}{\sqrt{511}} = 22,6$	$\sqrt[3]{511} = 7,9948$ $\overset{0,001}{\sqrt[3]{511}} = 7,994$ $\overset{0,01}{\sqrt[3]{511}} = 7,99$ $\overset{0,1}{\sqrt[3]{511}} = 7,9$

ESTRAZIONE DI RADICE CON LA CALCOLATRICE

ESTRAZIONE DI RADICE CON LA CALCOLATRICE

1. Digita il **numero** su cui devi operare.	64
2. Schiaccia il tasto con il **simbolo della radice**.	
3. Leggi il risultato.	8

$\sqrt{64} = 8$

Alcune calcolatrici permettono di estrarre anche le **radici cubiche**.

1. Digita il **numero** su cui devi operare.	216
2. Schiaccia il tasto con il **simbolo della radice**.	
3. Digita l'**indice di radice**.	3
4. Leggi il risultato.	6

indice di radice → $\sqrt[3]{216} = 6$

---

[1] Vedi strumenti “RADICE QUADRATA APPROSSIMATA”, pag. 15 e “RADICE CUBICA”, pag. 16.

ESERCIZI CONSIGLIATI

La radice quadrata

DA SOLO

1 **Calcola mentalmente le seguenti radici quadrate.**

$\sqrt{16}$ $\sqrt{81}$ $\sqrt{49}$ $\sqrt{64}$ $\sqrt{144}$ $\sqrt{100}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt{25}$ $\sqrt{36}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{121}$

Il quadrato perfetto

2 **Stabilisci mentalmente oppure mediante la scomposizione in fattori primi quali tra i seguenti numeri sono quadrati perfetti.**

81 45 36 16 91 25 30

Usa lo strumento "SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI" nel fascicolo 1.

CON STRUMENTO

Proprietà delle radici quadrate

DA SOLO

3 **Calcola le seguenti radici quadrate, applicando le relative proprietà.**

$\sqrt{0,36 \times 0,64}$ $\sqrt{0,49 \times 1,21}$ $\sqrt{100 \times 1,44 : 9}$ $\sqrt{1,7^2 : 289}$

Radice quadrata approssimata

CON ESEMPIO

4 **Completa la tabella, seguendo l'esempio. Puoi usare le tavole in fondo a *Math Genius*.**

NUMERO	RADICE QUADRATA APPROSSIMATA PER DIFETTO A MENO DI UN'UNITÀ	RADICE QUADRATA APPROSSIMATA PER ECCESSO A MENO DI UN'UNITÀ
13	3	4
55	....	....
24	....	....
69	....	....

Uso delle tavole numeriche

DA SOLO

5 **Calcola le radici quadrate dei seguenti numeri naturali, quadrati perfetti, utilizzando le tavole numeriche.**

83.521 31.684 49.729 50.625

Verifica

Svolgi gli esercizi della rubrica "AUTOVERIFICA" dell'unità *Estrazione di radice* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

SCHEDA

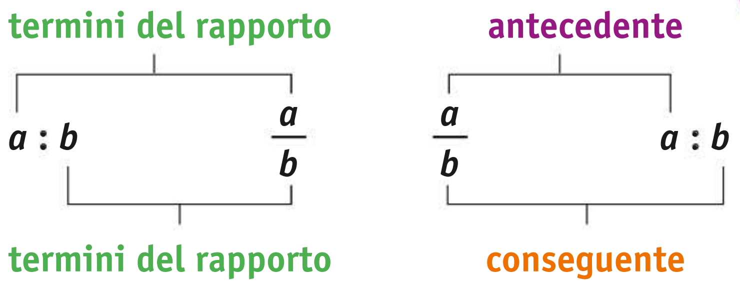
3 Rapporti e proporzioni

RAPPORTO TRA DUE NUMERI

RAPPORTO TRA DUE NUMERI

Dati due numeri qualsiasi ***a*** e ***b*** (con $b \neq 0$), si definisce **rapporto tra *a* e *b*** il **quoziente** tra il **primo numero *a*** e il **secondo numero *b*** e si scrive:

$$a : b \text{ oppure } \frac{a}{b}$$



Il **rapporto** fra due numeri indica un **quoziente** e può essere espresso da:

una **DIVISIONE**	**4 : 7**	rapporto 4 a 7
una **FRAZIONE**	$\frac{4}{7}$	rapporto quattro settimi
un **NUMERO** naturale o decimale	**4 : 7 = 0,57**	rapporto 0,57

RAPPORTO TRA DUE GRANDEZZE

RAPPORTO TRA DUE GRANDEZZE

RAPPORTO TRA DUE GRANDEZZE	
OMOGENEE	NON OMOGENEE
Il rapporto tra due **grandezze omogenee**[1] è il **quoziente tra le loro misure**. Esso è espresso da un **numero puro** (cioè **senza unità di misura**). 	Il rapporto tra due **grandezze non omogenee** è **una nuova grandezza**, detta **grandezza derivata** perché deriva da due grandezze fondamentali. La sua **unità di misura** dipende dalle unità di misura delle grandezze date. $\frac{\text{spazio (km)}}{\text{tempo (h)}} = \text{velocità (km/h)}$

SEGUE ▶▶▶

---

[1] Valgono le proprietà della divisione e delle frazioni.

RAPPORTO TRA DUE GRANDEZZE

RAPPORTO TRA DUE GRANDEZZE

OMOGENEE

Sostituendo con i numeri si ottiene:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{8\ \cancel{cm}}{2\ \cancel{cm}} = 4$$ ← **numero puro**

*Questo significa che il segmento **AB** è **4 volte** il segmento **CD**.*

$$\begin{tikzcd} AB \arrow[r, bend left, ":4"] & CD \arrow[l, bend left, "\times 4"] \end{tikzcd}$$

*Le **grandezze omogenee** possono essere espresse con la stessa unità di misura, ovvero sono **dello stesso tipo**, come per esempio:*
- *lunghezza/lunghezza;*
- *peso/peso...*

Commensurabili	**Incommensurabili**
$a : b$ = numero naturale o razionale	$a : b$ = numero irrazionale
2 - 3,5	$\sqrt{2}$

NON OMOGENEE

Sostituendo con i numeri si ottiene:

$$\frac{\text{spazio}}{\text{tempo}} = \frac{3\ \text{km}}{2\ \text{h}} = 1{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

*Esempi di **grandezze derivate** sono l'**accelerazione** (rapporto tra velocità e tempo), la **pressione** (rapporto tra peso e superficie), la **frequenza** (rapporto tra numero di giri e tempo unitario)...*

Due **grandezze omogenee** si dicono **commensurabili** se il loro **rapporto** è un **numero naturale** o **razionale**; si dicono **incommensurabili** se il loro rapporto è un **numero irrazionale.**

RIDUZIONE E INGRANDIMENTO IN SCALA

RIDUZIONE E INGRANDIMENTO IN SCALA

Non è possibile riprodurre la pianta di un appartamento con le misure reali: bisogna **rimpicciolire** (**riduzione in scala**). Allo stesso modo, se si vogliono riprodurre le caratteristiche di una cellula è necessario **ingrandire** (**ingrandimento in scala**).

La **scala di riduzione** (o **scala di ingrandimento**) è il **rapporto** fra la misura di una certa **distanza sulla carta** e la **stessa distanza nella realtà**.

SCALA DI RIDUZIONE

1 : *n*

↑

denominatore scala

: 100

scala 1 : 5.000	1 cm = 50 metri	La carta geografica riportata come esempio ha una scala di riduzione 1 : 250.000. 
scala 1 : 10.000	1 cm = 100 metri	
scala 1 : 15.000	1 cm = 150 metri	
scala 1 : 25.000	1 cm = 250 metri	
scala 1 : 50.000	1 cm = 500 metri	

1 : valore di scala = cm sulla carta : cm nella realtà

La **scala di riduzione** (o **scala di ingrandimento**) indica **quante volte** la **misura reale** è stata **ridotta** (o **ingrandita**) sulla **carta**.

RIDUZIONE E INGRANDIMENTO IN SCALA

Nella **scala di riduzione**, i dati importanti sono il **denominatore scala**, la **misura sulla carta** e la **misura reale**.

DATI NOTI	DATO DA TROVARE
– Denominatore scala – Misura sulla carta (cm sulla carta) **Risoluzione** scala 1 : 50 misura sulla carta: 10 cm **misura reale:** 10 cm × 50 cm	Misura reale = **misura sulla carta** × **denominatore scala**
– Denominatore scala – Misura reale **Risoluzione** scala 1 : 50 misura reale: 400 m (40.000 cm) **misura sulla carta:** $\frac{40.000 \text{ cm}}{50 \text{ cm}}$	Misura sulla carta = $\frac{\textbf{misura reale}}{\textbf{denominatore scala}}$
– Misura reale – Misura sulla carta **Risoluzione** misura reale: 400 m (40.000 cm) misura sulla carta: 10 cm **denominatore scala:** $\frac{40.000 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}$	Denominatore scala = $\frac{\textbf{misura reale}}{\textbf{misura sulla carta}}$

LA PROPRIETÀ FONDAMENTALE DELLA PROPORZIONE

PROPRIETÀ FONDAMENTALE DELLA PROPORZIONE

Una **proporzione** è l'**uguaglianza** di **due rapporti**.

$$\underbrace{a : \overbrace{b = c}^{\text{medi}} : d}_{\text{estremi}}$$

$$\rlap{$\underbrace{}_{\text{antecedente}}$}a : \overbrace{b = c : d}^{\text{conseguente}}$$

$$\underset{\substack{\downarrow\\ 2}}{12 : 6} = \underset{\substack{\downarrow\\ 2}}{10 : 5}$$

Osserva la seguente proporzione.

100 g di pasta : 10 g di olio = 200 g di pasta : 20 g di olio

In ogni **proporzione** deve valere la **proprietà fondamentale: il prodotto degli estremi è uguale al prodotto dei medi.**

$a : b = c : d$

è una proporzione se:

$a \times d = b \times c$

Infatti
$6 : 2 = 9 : 3$
$6 \times 3 = 2 \times 9 = 18$

LE PROPRIETÀ DELLA PROPORZIONE

PROPRIETÀ DELLA PROPORZIONE

		ESEMPIO
PROPRIETÀ FONDAMENTALE	In ogni proporzione il **prodotto degli estremi** è **uguale al prodotto** dei **medi.**	$1 : 2 = 3 : 6$ $1 \times 6 = 2 \times 3$
PROPRIETÀ DELL'INVERTIRE	**Scambiando** ogni **antecedente con** il proprio **conseguente** la **proporzione** resta **valida.**	$1 : 2 = 3 : 6$ $2 : 1 = 6 : 3$ quindi → $3 \times 2 = 6 \times 1$

SEGUE ▶▶▶

PROPRIETÀ DELLA PROPORZIONE

PROPRIETÀ DEL PERMUTARE	**Scambiando** tra loro i **medi** oppure fra loro gli **estremi**, la **proporzione** resta **valida**.	$1 : 2 = 3 : 6$ $6 : 2 = 3 : 1$ quindi → $6 \times 1 = 2 \times 3$
PROPRIETÀ DEL COMPORRE	La **somma** del **primo termine** e del **secondo** sta al **primo** come la **somma** del **terzo** e del **quarto termine** sta al **terzo**. **oppure** La **somma** del **primo termine** e del **secondo** sta al **secondo** come la **somma** del **terzo** e del **quarto termine** sta al **quarto**.	Data, per esempio, la proporzione $1 : 2 = 3 : 6$ sono valide anche le proporzioni: $(1 + 2) : 1 = (3 + 6) : 3$ $3 : 1 = 9 : 3$ $3 = 3$ $(1 + 2) : 2 = (3 + 6) : 6$ $3 : 2 = 9 : 6$ $1{,}5 = 1{,}5$
PROPRIETÀ DELLO SCOMPORRE	La **differenza** fra il **primo** ed il **secondo termine** sta al **primo** come la **differenza** fra il **terzo** ed il **quarto termine** sta al **terzo**. **oppure** La **differenza** fra il **primo** ed il **secondo termine** sta al **secondo** come la **differenza** fra il **terzo** ed il **quarto termine** sta al **quarto**.	Data, per esempio, la proporzione $3 : 2 = 9 : 6$ sono valide anche le proporzioni: $(3 - 2) : 3 = (9 - 6) : 9$ $1 : 3 = 3 : 9$ $0{,}33 = 0{,}33$ $(3 - 2) : 2 = (9 - 6) : 6$ $1 : 2 = 3 : 6$ $0{,}5 = 0{,}5$
UNICITÀ DEL QUARTO PROPORZIONALE	Dati **tre termini** di una **proporzione** esiste ed è unico il **quarto proporzionale**.	$3 : 2 = 9 : x$

CALCOLO DEL TERMINE INCOGNITO DI UNA PROPORZIONE

Come trovare il termine mancante di una proporzione (problemi del 3 semplice)

ESEMPIO	COSA MANCA	FORMULA RISOLUTIVA
3 kg di mele costano € 5. Quanto costano 6 kg di mele? 3 kg : € 5 = 6 kg : x	l'estremo (x)	$x = \frac{5 \cdot 6}{3}$ $\frac{\textbf{prodotto dei medi}}{\textbf{altro estremo}}$
La professoressa consegna 3 fogli a 5 ragazzi. Quanti fogli consegna a 20 ragazzi? 3 fogli : 5 ragazzi = x fogli : 20 ragazzi	il medio (x)	$x = \frac{3 \cdot 20}{5}$ $\frac{\textbf{prodotto degli estremi}}{\textbf{altro medio}}$

ESERCIZI CONSIGLIATI

Rapporto tra due numeri

CON ESEMPIO

1 Completa la tabella, scrivendo il rapporto indicato in ciascuna delle seguenti frasi nei due modi che conosci; segui l'esempio.

5 ragazzi su 8 posseggono un cellulare	5 : 8	$\dfrac{5}{8}$
7 famiglie su 100 abitano in campagna	....	....
25 pastelli su 40 sono di colore verde	....	....
Su 140 impiegati 80 sono donne	....	....
In 15 partite Fabrizio ha segnato 6 reti	....	....
9 ragazzi su 14 ascoltano musica classica	....	....
8 ragazze su 10 indossano jeans	....	....

DA SOLO

2 Risolvi e scrivi sotto forma di frazione il rapporto richiesto.

In una scuola 12 ragazzi su 180 studenti sono stranieri.
Esprimi tale situazione con una frazione e riducila ai minimi termini.
La forma ridotta esprime meglio il rapporto tra i due numeri! $\left[\dfrac{1}{15}\right]$

CON STRUMENTO

3 Individua il numero per il quale sono stati moltiplicati o divisi i due termini del primo rapporto per ottenere il secondo e rispondi alle domande.

a. $\dfrac{5}{6} \times \dfrac{......}{......} = \dfrac{25}{30}$ $\quad \dfrac{3}{4} \times \dfrac{......}{......} = \dfrac{18}{24}$ $\quad \dfrac{35}{42} : \dfrac{......}{......} = \dfrac{5}{6}$ $\quad \dfrac{3}{5} \times \dfrac{......}{......} = \dfrac{9}{15}$

b. $\dfrac{2}{7} \times \dfrac{......}{......} = \dfrac{20}{70}$ $\quad \dfrac{15}{60} : \dfrac{......}{......} = \dfrac{3}{12}$ $\quad \dfrac{64}{48} : \dfrac{......}{......} = \dfrac{8}{6}$ $\quad \dfrac{6}{11} \times \dfrac{......}{......} = \dfrac{36}{66}$

c. $\dfrac{5}{12} \times \dfrac{......}{......} = \dfrac{60}{144}$ $\quad \dfrac{28}{16} : \dfrac{......}{......} = \dfrac{7}{4}$ $\quad \dfrac{4}{9} \times \dfrac{......}{......} = \dfrac{100}{225}$ $\quad \dfrac{56}{48} : \dfrac{......}{......} = \dfrac{7}{6}$

Utilizza lo strumento "DIVISIONI CON LA TAVOLA PITAGORICA" del fascicolo 1.

Come si chiama la proprietà che è stata applicata? ....

Perché è possibile applicarla al rapporto tra due numeri? ....

....

CON ESEMPIO

4 **Calcola l'antecedente incognito in ciascuno dei seguenti rapporti.**

ESEMPIO $x : 6 = 2 \qquad x = 2 \cdot 6 = 12$

$$x : \frac{6}{5} = \frac{8}{3} \qquad x = \frac{8}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{6}^2}{5} = \frac{16}{5}$$

$x : 5 = 4 \qquad x : 8 = 3 \qquad x : 3 = 6 \qquad x : 4 = 5$

Basta fare l'operazione inversa della divisione!

Rapporto tra grandezze non omogenee

DA SOLO

5 **Completa la seguente tabella.**

SPAZIO	TEMPO	VELOCITÀ MEDIA
1.620 km	18 h	....
360 m	12 s	....
....	6 h	130 km/h
....	4 h	95 km/h
300 m	....	20 m/s
1.080 km	....	120 km/h

$$\textbf{velocità media} = \frac{\text{spazio}}{\text{tempo}}$$

spazio = velocità media x tempo

$$\textbf{tempo} = \frac{\text{spazio}}{\text{velocità media}}$$

Verifica

Svolgi gli esercizi della rubrica "AUTOVERIFICA" dell'unità *Rapporti e proporzioni* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione.**

SCHEDA
4

Funzioni e proporzionalità

GRANDEZZE COSTANTI E VARIABILI

GRANDEZZE
COSTANTI
E VARIABILI

GRANDEZZE COSTANTI	Il loro **valore non varia** nel **tempo**.	
GRANDEZZE VARIABILI	Il loro **valore varia** nel **tempo**.	

Due **grandezze variabili** possono **avere un legame**; per esempio, il numero di oggetti prodotti **dipende** dalle ore di lavoro effettuate.

Le **grandezze variabili** possono essere **dipendenti** o **indipendenti**.

VARIABILE INDIPENDENTE x	Numero di ore di lavoro di un operaio
VARIABILE DIPENDENTE y	Oggetti prodotti dall'operaio

Ore di lavoro x	**Oggetti prodotti** y
1	5
2	10
3	15

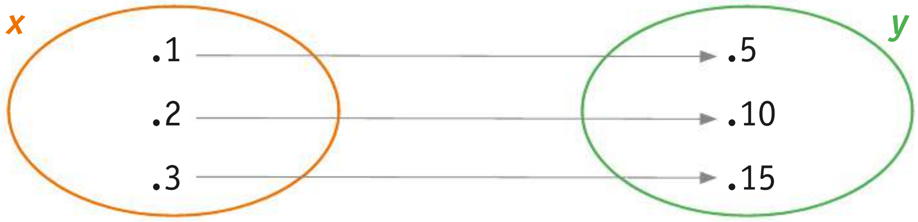
Dai valori assegnati alla **variabile indipendente** **x** dipendono i valori della **variabile dipendente** **y**.

IL CONCETTO DI “FUNZIONE”

CONCETTO
DI “FUNZIONE”

La **funzione** (*f*) è la **relazione che unisce** la **variabile indipendente** ***x*** con quella **dipendente** ***y***. Date **due grandezze variabili** ***x*** **e** ***y***, si dice che ***y*** **è funzione di** ***x*** **se a ogni valore di** ***x*** **è associato uno e un solo valore di** ***y***.

$$y = f(x)$$



FUNZIONI EMPIRICHE

FUNZIONI
EMPIRICHE

Quando tra due grandezze variabili esiste una **relazione** che **non si può prevedere**, perché deve essere **misurata di volta in volta**, si parla di **funzioni empiriche**.

Osserva i rilevamenti della temperatura a Bolzano effettuati il 1° gennaio 2015 in diverse ore della giornata.

ORA y	TEMPERATURA x
6	4 °C
8	5 °C
10	7 °C
12	9 °C
14	11 °C
16	10 °C
18	9 °C
20	6 °C

Rappresentazione della funzione empirica con il diagramma cartesiano

FUNZIONI EMPIRICHE

Grafico della temperatura in funzione dell'ora del giorno

FUNZIONI MATEMATICHE

FUNZIONI MATEMATICHE

Una **funzione matematica** si esprime con una **formula matematica** che permette di **calcolare** il valore della **variabile dipendente *y*** grazie al valore della **variabile indipendente *x*.**

Per esempio, in un triangolo equilatero, attribuendo un valore qualsiasi alla **lunghezza del lato (variabile indipendente *x*)**, è possibile calcolare la corrispondente **lunghezza del perimetro (variabile dipendente *y*)** moltiplicando ×3 la misura del lato.

Il **perimetro del triangolo equilatero** (*y*) e la **lunghezza del suo lato** (*x*) sono due **grandezze variabili**.

Dalla formula: perimetro = lato · 3

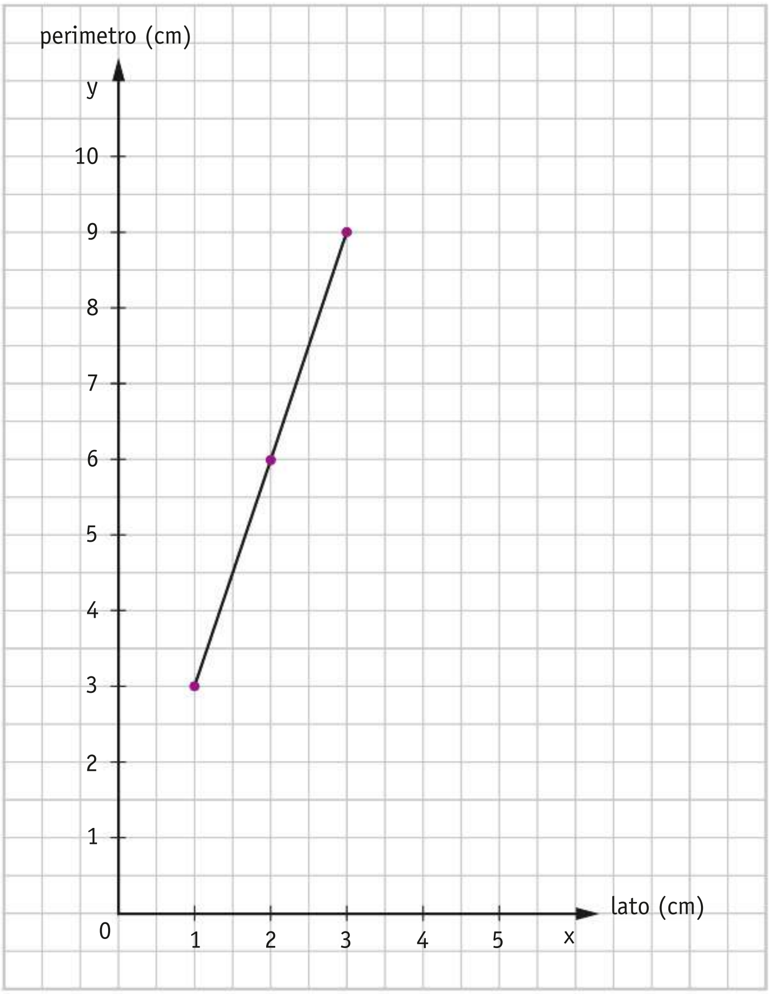
si ottiene: $y = 3x$

In **3x** il simbolo della **moltiplicazione (•) è sottinteso**!

MISURA DEL LATO *x*	PERIMETRO *y*
1 cm	3 cm
2 cm	6 cm
3 cm	9 cm

Rappresentazione della funzione matematica con il diagramma cartesiano

Grafico della funzione matematica $y = 3x$



GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI

GRANDEZZE DIRETTAMENTE PROPORZIONALI

Due **grandezze variabili, dipendenti l'una dall'altra**, si dicono **direttamente proporzionali se al raddoppiare di una, anche l'altra raddoppia.**

1 kg DI MELE COSTA 2 euro

PESO x	COSTO y
0,5 kg	€ 1
1 kg	€ 2
2 kg	€ 4
3 kg	€ 6

Se una grandezza diventa **doppia, anche l'altra** nello stesso tempo **diventerà doppia**.

Il rapporto fra il costo (y) e il relativo peso (x) è sempre costante e si indica con ***k*.**

$$\left.\begin{array}{l} 2 : 1 = \\ 4 : 2 = \\ 6 : 3 = \\ 1 : 0{,}5 = \end{array}\right\} 2 \longleftarrow$$

costante di proporzionalità diretta $\frac{y}{x} = k$

↑

IL VALORE *K* È DETTO COEFFICIENTE DI PROPORZIONALITÀ DIRETTA

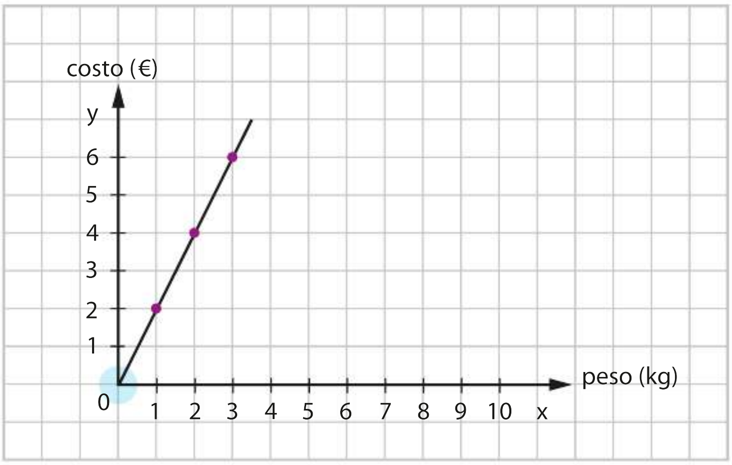
Formule con il coefficiente di proporzionalità diretta

$$\frac{y}{x} = k \qquad y = k\,x \qquad x = \frac{y}{k}$$

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA PROPORZIONALITÀ DIRETTA

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA PROPORZIONALITÀ DIRETTA

Grafico della funzione matematica $y = 2x$



La **funzione di proporzionalità diretta** ha come grafico **sempre** una **semiretta** uscente dall'**origine degli assi cartesiani.**

GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI

GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Due **grandezze variabili, dipendenti l'una dall'altra**, si dicono **inversamente proporzionali** se quando una diventa **doppia, l'altra diventa la metà.**

UN OPERAIO IMPIEGA 24 GIORNI PER COSTRUIRE UNA CASA

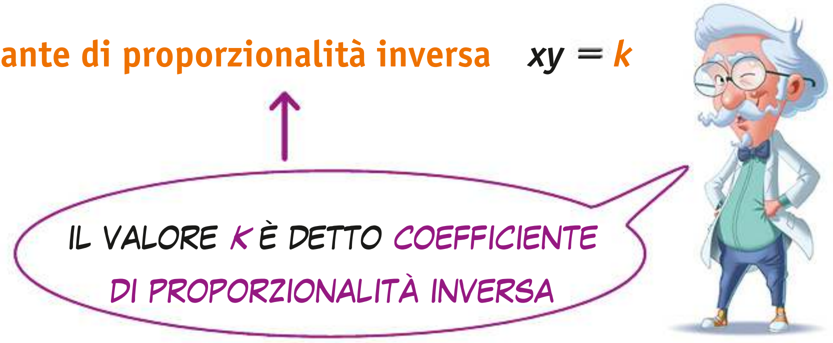
OPERAI x	GIORNI DI LAVORO y
1	24
2	12
3	8

GRANDEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI

Il **prodotto** fra i **giorni di lavoro** (y) **e il numero degli operai** (x) **è sempre costante** e si indica con k.

$$\left.\begin{array}{l}1\cdot 24 =\\ 2\cdot 12 =\\ 3\cdot 8 =\end{array}\right\}24 \longleftarrow$$

costante di proporzionalità inversa $xy = k$



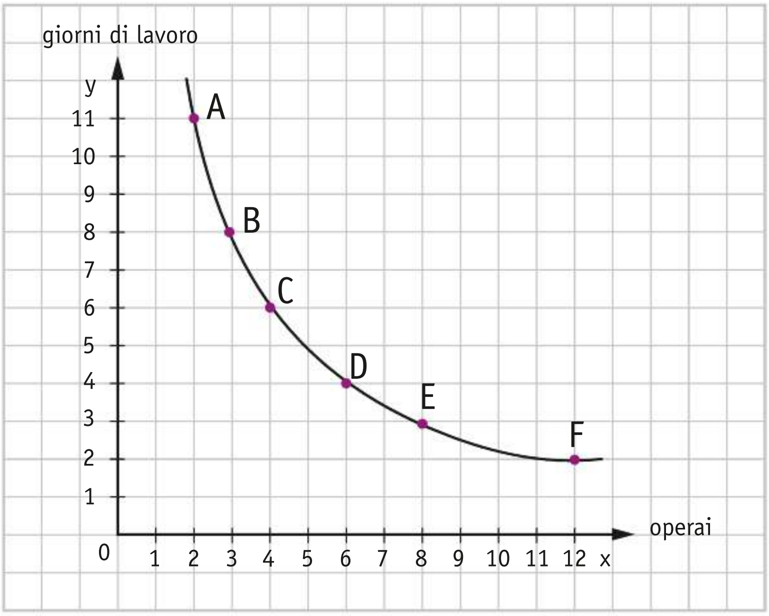
Formule con il coefficiente di proporzionalità inversa

$$xy = k \qquad y = \frac{k}{x} \qquad x = \frac{k}{y}$$

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA PROPORZIONALITÀ INVERSA

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA PROPORZIONALITÀ INVERSA

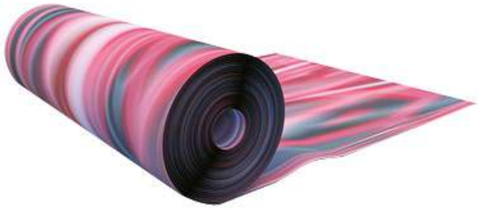
Grafico della funzione matematica $y = \frac{24}{x}$



La **funzione di proporzionalità inversa** ha come grafico **sempre** un **ramo di iperbole equilatera**.

PROBLEMI DEL TRE SEMPLICE

Nei **problemi del tre semplice** sono dati **tre valori** di **grandezze direttamente o inversamente proporzionali** e si vuole determinare il **quarto valore**.

CARATTERISTICHE	PROBLEMI DEL TRE SEMPLICE	ESEMPIO
– Due grandezze **variabili dipendenti**. – Una grandezza **variabile indipendente**.	**DIRETTO** Le grandezze **costo** e **lunghezza** della stoffa sono **direttamente proporzionali**.	 Sei metri di stoffa costano € 96. **Quanti metri di stoffa ha comprato Lucia se ha speso € 152**?
	INVERSO Le grandezze **tempo** e **velocità** sono **inversamente proporzionali**.	 Luigi ha viaggiato per 5 ore a 96 km/h ed è arrivato a Perugia. Se avesse viaggiato a 120 km/h, **in quante ore sarebbe arrivato a Perugia**?

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL TRE SEMPLICE DIRETTO

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL TRE SEMPLICE DIRETTO

LUNGHEZZA DELLA STOFFA	COSTO DELLA STOFFA
6 m ↓	€ 96,00 ↓
x	€ 152,00

↑

LE GRANDEZZE SONO DIRETTAMENTE PROPORZIONALI QUINDI IL RAPPORTO È COSTANTE

Osserva come inserire i dati nella tabella.

COSTO (€)	STA A	LUNGHEZZA (m)	COME	COSTO (€)	STA A	LUNGHEZZA (m)
96	:	6	=	152	:	x

$$96 : 6 = 152 : x$$

$$x = \frac{\text{prodotto dei medi}}{\text{altro estremo}} \quad \text{quindi: } x = (152 \cdot 6) : 96 = 9{,}5$$

Lucia ha comprato 9,5 m di stoffa spendendo € 152,00.

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL TRE SEMPLICE INVERSO

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL TRE SEMPLICE INVERSO

CHIILOMETRI ALL'ORA	ORE DI VIAGGIO
96 ↓	5 ↑
120	x

↑

LE GRANDEZZE SONO INVERSAMENTE PROPORZIONALI QUINDI IL PRODOTTO È COSTANTE

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL TRE SEMPLICE INVERSO

Osserva come inserire i dati nella tabella.

CHIILOMETRI ALL'ORA	PER	ORE DI VIAGGIO	UGUALE	CHIILOMETRI ALL'ORA	PER	ORE DI VIAGGIO
96	·	5	=	120	·	x

$$96 \cdot 5 = 120 \cdot x$$

$$96 : 120 = x : 5$$

Calcola applicando la **PROPRIETÀ FONDAMENTALE DELLE PROPORZIONI.**

$$x = \frac{\text{prodotto degli estremi}}{\text{altro medio}}$$ quindi: $x = (96 \cdot 5) : 120 = 4$

Luigi sarebbe arrivato a Perugia in 4 ore viaggiando a 120 km/h.

PROBLEMI DEL TRE COMPOSTO

PROBLEMI DEL TRE COMPOSTO

Nei **problemi del tre composto** sono date almeno tre **grandezze variabili, legate da una legge di proporzionalità diretta o inversa.**

CARATTERISTICHE	ESEMPIO
– **Più** grandezze **variabili dipendenti.** – **Più** grandezze **variabili indipendenti.** – Il valore della **variabile dipendente** varia a seconda del valore assunto da **più di una variabile indipendente.**	Otto operai hanno lavorato 8 ore al giorno e in 4 giorni hanno costruito un muro di 80 m di lunghezza. Se gli operai fossero 4 e lavorassero 6 ore al giorno, **in quanti giorni costruirebbero un muro di 60 m di lunghezza**? 

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL TRE COMPOSTO

RISOLUZIONE DEL PROBLEMA DEL TRE COMPOSTO

<table>
<tr><td>1. Identifica l'incognita.</td><td>x = <i>n</i> giorni di lavoro impiegati da 4 operai che lavorano 6 ore al giorno</td></tr>
<tr><td>2. Scrivi le quattro variabili nella tabella.
3. Stabilisci se le grandezze sono direttamente (D) o inversamente (I) proporzionali rispetto all'incognita.</td><td>
<table>
<tr><th>Lunghezza del muro (m)
D</th><th>Numero operai
I</th><th>Ore di lavoro
I</th><th>Giorni di lavoro</th></tr>
<tr><td>80</td><td>8</td><td>8</td><td>4</td></tr>
<tr><td>60</td><td>4</td><td>6</td><td>x</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>4. Il valore di x è uguale al prodotto del valore noto di tale grandezza, moltiplicato per:
<table>
<tr><td>Rapporti diretti</td><td>grandezze inversamente proporzionali</td></tr>
<tr><td>Rapporti inversi</td><td>grandezze direttamente proporzionali</td></tr>
</table>
</td><td>
<table>
<tr><th>Lunghezza del muro (m)
D ↑</th><th>Numero operai
I ↓</th><th>Ore di lavoro
I ↓</th><th>Giorni di lavoro</th></tr>
<tr><td>80</td><td>8</td><td>8</td><td>4</td></tr>
<tr><td>60</td><td>4</td><td>6</td><td>x</td></tr>
</table>
$\frac{60}{80}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{8}{6}$
quindi: $x = 4 \cdot \frac{60}{80} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{8}{6}$
</td></tr>
<tr><td>5. Esegui il calcolo.</td><td>$x = 4 \cdot \frac{60}{80} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{8}{6} = 8$</td></tr>
<tr><td>6. Rispondi alla domanda.</td><td>Sette operai che lavorano 6 ore al giorno costruiscono un muro di 60 m di lunghezza in 8 giorni.</td></tr>
</table>

ESERCIZI CONSIGLIATI

Grandezze costanti e variabili

CON STRUMENTO

1 **Indica con la lettera C le grandezze costanti e con la lettera V quelle variabili.**

a. La superficie della LIM. ☐

b. Il costo di una certa quantità di stoffa. ☐

c. La capacità di un vaso. ☐

d. Il costo di un viaggio. ☐

e. Il peso di un bambino. ☐

f. Il numero delle consonanti dell'alfabeto italiano. ☐

g. L'altezza di una montagna. ☐

Utilizza lo strumento "**GRANDEZZE COSTANTI E VARIABILI**".

DA SOLO

2 **Fra le seguenti coppie di grandezze stabilisci qual è la variabile indipendente e qual è la variabile dipendente.**

a. Il numero di gelati venduti e l'incasso effettuato.

b. Il costo di una telefonata e la sua durata.

c. Il numero dei partecipanti a una gita e la spesa individuale.

d. Il lato di un quadrato e il suo perimetro.

e. Il lato di un pentagono regolare e il suo perimetro.

f. I litri di carburante consumati e la distanza percorsa.

g. Il perimetro di un triangolo equilatero e il suo lato.

h. La velocità di un ciclista e il tempo impiegato a compiere un determinato percorso.

i. Il costo del biglietto del treno e la lunghezza del viaggio.

l. La quantità di concime e la superficie di terreno da concimare.

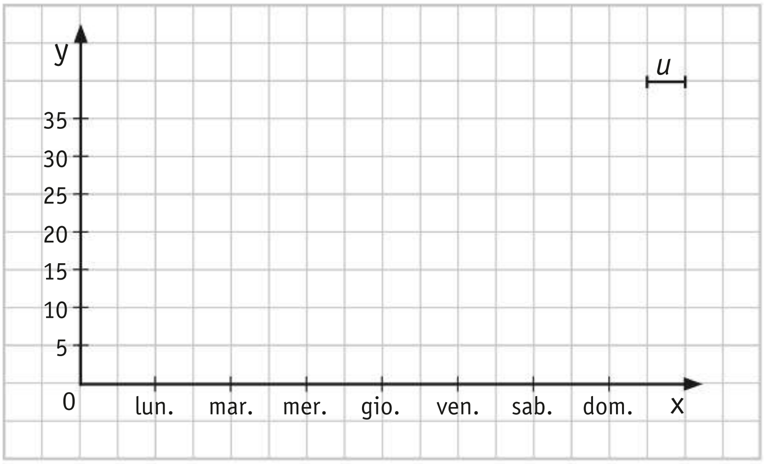
Ricorda che dai valori assegnati alla **variabile indipendente** x dipendono i valori della **variabile dipendente** y.

Funzioni empiriche

DA SOLO

3 **Nella seguente tabella sono riportati i risparmi di Luigi di una settimana. Rappresenta graficamente i dati sul piano cartesiano qui sotto.**

GIORNO (x)	Lunedì	Martedì	Mercoledì	Giovedì	Venerdì	Sabato	Domenica
RISPARMI IN EURO (y)	15	5	20	15	30	25	10



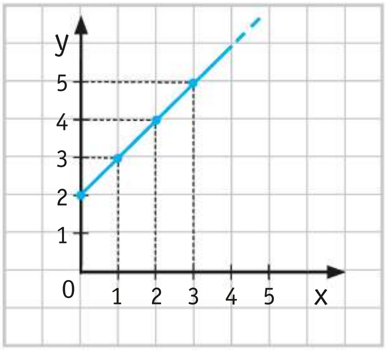
Funzioni matematiche

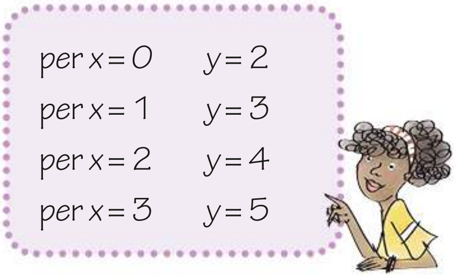
CON ESEMPIO

4 **Rappresenta le seguenti funzioni matematiche su un piano cartesiano, dopo aver compilato una tabella di valori della variabile indipendente e della variabile dipendente.**

ESEMPIO Funzione: $y = x + 2$

x	0	1	2	3
$y = x + 2$	$y = 0 + 2 = 2$	$y = 1 + 2 = 3$	$y = 2 + 2 = 4$	$y = 3 + 2 = 5$





a. $y = 3x$ **b.** $y = 2x$ **c.** $y = 3x + 1$

Grandezze direttamente proporzionali

5 **Stabilisci quali delle seguenti coppie di grandezze sono direttamente proporzionali; barrale con una crocetta.**

a. Il numero di lampadine accese e il consumo di energia elettrica. ☐

b. Il numero di libri acquistati e la spesa per acquistarli. ☐

c. Il peso di un uomo e la sua età. ☐

d. Il numero di SMS inviati e la spesa sostenuta. ☐

e. Il numero dei giorni impiegati per costruire una strada e il numero degli operai impegnati. ☐

f. Il numero di rubinetti aperti e il consumo di acqua. ☐

g. La statura di un bambino e la sua età. ☐

Grandezze inversamente proporzionali

6 **Esamina i valori corrispondenti delle due grandezze date nella seguente tabella e rispondi.**

x	3	6	9	12
y	12	6	4	3

a. Secondo il tuo giudizio, si tratta di grandezze inversamente proporzionali? ☐ sì ☐ no

b. Raddoppiando il valore della x, quello corrispondente della y diventa la metà? ☐ sì ☐ no

c. Triplicando il valore della x, quello corrispondente della y diventa la terza parte? ☐ sì ☐ no

Verifica

Svolgi gli esercizi della rubrica “AUTOVERIFICA” dell’unità *Funzioni e proporzionalità* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

SCHEDA 5

Percentuale, interesse semplice e sconto

PERCENTUALE

PERCENTUALE

La **percentuale** è un **rapporto** che ha il **secondo termine uguale a 100**.

$$20\% = \frac{20}{100}$$

*Osserva come è possibile risolvere il seguente problema considerando la **percentuale** come un **rapporto**.*

A un mercatino Simone vende una giacca di Rina per **€ 130**.

Il **20%** è la sua commissione. **Quanto guadagna**?

$$20\% \text{ di } 130 = \frac{20}{\underset{\substack{\downarrow \\ \text{tasso percentuale}}}{100}} \text{ di } 130 \longrightarrow \text{totale}$$

Risoluzione del problema con la percentuale

1° metodo

Calcola il **20%** del costo della giacca.

$$\times\ \frac{20}{100} \text{ di } 130\ :$$

1. **Calcola** la **parte percentuale:** *n* : 100	130 : 100 = 1,3[1]
2. **Calcola** il **guadagno** moltiplicando la parte percentuale per il tasso della percentuale.	1,3 × 20 = 26[1]
3. **Rispondi** alla **domanda.**	Simone guadagna € 26

[1] Vedi strumento "OPERAZIONI CON I NUMERI DECIMALI LIMITATI", pag. 8.

PERCENTUALE

2° metodo

$$20 : 100 = x : 130$$

tasso percentuale ← 20

parte percentuale ← x

totale ← 130

Applicando **le proprietà delle proporzioni è possibile calcolare il valore di x.**

$$20 : 100 = x : 130$$

$$x = \frac{130 \cdot 20}{100} = 26$$

Formule con la percentuale

In generale, indicando con r il **tasso percentuale**, con P la **parte percentuale** e con T il **totale**, si ha la **proporzione**:

$$\boldsymbol{r : 100 = P : T}$$

Da essa derivano le seguenti **formule:**

$$r = \frac{100 \cdot P}{T} \qquad P = \frac{r \cdot T}{100} \qquad T = \frac{100 \cdot P}{r}$$

INTERESSE SEMPLICE

INTERESSE SEMPLICE

L'**interesse** è il **compenso** che spetta a colui che **presta** una **somma di denaro** a qualcuno **per un certo tempo.**

L'**interesse semplice** è il **compenso** che si riceve alla **fine del deposito o del prestito** di una somma di denaro (**periodo di capitalizzazione**).

INTERESSE SEMPLICE

INTERESSE SEMPLICE			
TEMPO	CAPITALE	TASSO PERCENTUALE	INTERESSE
1° ANNO	€ 100,00	5% annuo	€ 5,00
2° ANNO	€ 100,00	5% annuo	€ 5,00
3° ANNO	€ 100,00	5% annuo	€ 5,00
4° ANNO	€ 100,00		

INTERESSE COMPOSTO			
TEMPO	CAPITALE	TASSO PERCENTUALE	INTERESSE
1° ANNO	€ 100,00	5% annuo	€ 5,00
2° ANNO	€ 105,00	5% annuo	€ 5,25
3° ANNO	€ 110,25	5% annuo	€ 5,51
4° ANNO	€ 115,76		

Ogni anno il **capitale** viene **ricalcolato** sommando l'interesse guadagnato (**interesse composto**).

Formule per calcolare l'interesse semplice[2]

CAPITALE	C	$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$
TASSO PERCENTUALE O RAGIONE	r	
TEMPO	t	
INTERESSE SEMPLICE	I	

L'**interesse** può essere calcolato anche in **mesi** (**m**) o **giorni** (**g**) applicando le seguenti **formule**.

IN MESI	IN GIORNI anno commerciale = 360 giorni
$I = \frac{C \cdot r \cdot t(\mathrm{m})}{100 \cdot 12}$	$I = \frac{C \cdot r \cdot t(\mathrm{g})}{100 \cdot 360}$

---

[2] Vedi strumento “PROBLEMI DEL TRE COMPOSTO”, pag. 37.

MONTANTE

MONTANTE

Il **montante** (M) è il **capitale totale** alla **fine del periodo considerato**.

$$M = C + I$$

Nella formula, ***C*** indica il **capitale iniziale** e ***I*** indica gli **interessi**.

SCONTO COMMERCIALE

SCONTO COMMERCIALE

Lo **sconto commerciale** (s) è la **riduzione** che si ottiene **se si paga in anticipo un debito**.

Osserva il seguente esempio per calcolare la somma da pagare usufruendo dello ***sconto commerciale****.*

Devo restituire un debito di € 4.500 in un anno, ho uno sconto dell'8% se pago subito; riesco a pagarlo 5 mesi prima della scadenza prefissata.

VALORE NOMINALE (somma da pagare alla scadenza)	C	$s = \dfrac{C \cdot r \cdot t(\text{m})}{1.200}$
TASSO PERCENTUALE DI SCONTO	r	
TEMPO	t	
SCONTO	s	
SOMMA SCONTATA	S_c	

$$s = \frac{€\ 4.500 \cdot 8 \cdot 5 \text{ mesi}}{1.200} = €\ 150$$

$$S_c = C - s$$

Quindi la **somma da pagare** sarà:

$$€\ 4.500 - €\ 150 = €\ 4.350$$

ESERCIZI CONSIGLIATI

Percentuale

CON ESEMPIO

1 **Trasforma in percentuali le seguenti frazioni decimali.**

ESEMPIO $\frac{7}{100} = \boxed{7\%}$ $\frac{9}{10} = \frac{90}{100} = \boxed{90\%}$

a. $\frac{8}{100}$ $\frac{14}{100}$ $\frac{63}{100}$ $\frac{25}{100}$ $\frac{57}{100}$ $\frac{12}{100}$

b. $\frac{19}{100}$ $\frac{21}{100}$ $\frac{14}{100}$ $\frac{50}{100}$ $\frac{36}{100}$ $\frac{3}{100}$

c. $\frac{6}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{12}{10}$

CON ESEMPIO

2 **Determina la percentuale degli elementi arancioni rispetto al totale per ciascuna figura.**

ESEMPIO 🟧 🟧 🟧 🟧 ⬜ $\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8 = \boxed{80\%}$

a.

b.

c.

d.

CON STRUMENTO

3 **Un grossista compra una certa quantità di arance e le rivende a € 1,50 il kilogrammo, effettuando così un guadagno del 20% sul ricavo. Quanto era costato un kilogrammo di arance?**

[€ 1,20]

Utilizza lo strumento "CALCOLO DEL TERMINE INCOGNITO DI UNA PROPORZIONE".

Rappresentazione grafica delle percentuali

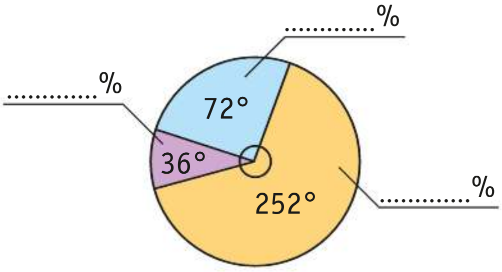
CON ESEMPIO

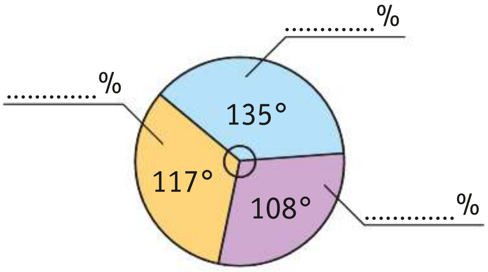
4 Calcola le percentuali rappresentate in ciascuno dei seguenti areogrammi.

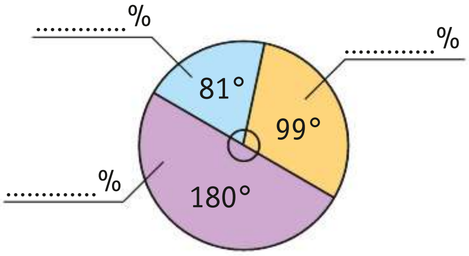
ESEMPIO Per calcolare la percentuale corrispondente a 36° si procede così:

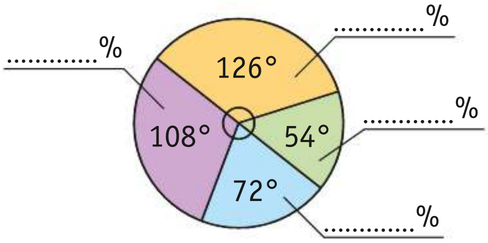
$$x : 100 = 36° : 360°$$

$$x = \frac{36° \cdot 100}{360°} = 10$$ la percentuale è il 10%









CON STRUMENTO

5 Completa la seguente tabella (interesse semplice).

INTERESSE (IN EURO)	TASSO (%)	TEMPO (IN ANNI)	CAPITALE (IN EURO)
51	2	3	....
150	4	5	....
70	1,4	4	....
510	2,5	6	....
375	3	1	....
42,40	1,6	2	....

Utilizza lo strumento “INTERESSE SEMPLICE”.

Verifica

Svolgi gli esercizi della rubrica “AUTOVERIFICA” dell’unità *Percentuale, interesse semplice e sconto* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione.**

SCHEDA 6

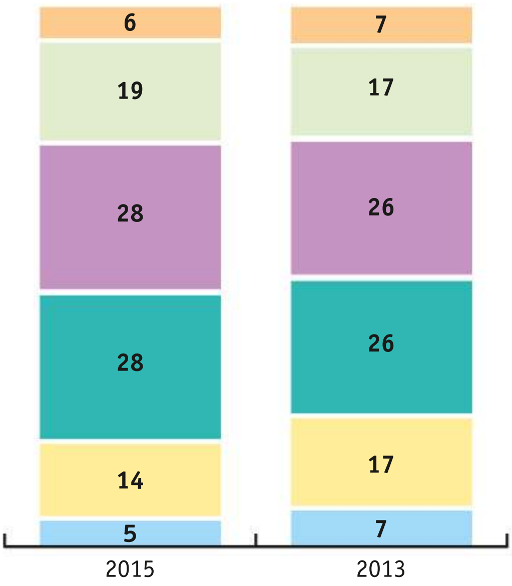
L'indagine statistica

L'INDAGINE STATISTICA: GENERALITÀ

INDAGINE STATISTICA: GENERALITÀ

La **statistica** è una **scienza che studia i fenomeni collettivi**, cioè quelli che riguardano tante persone o cose.

Ore di navigazione giornaliere



Il grafico proposto illustra i dati rilevati da un'indagine statistica in merito alle ore di navigazione giornaliere effettuate nel 2013 e nel 2015.

n numero di persone
- 🟧 Meno di 1 ora al giorno
- 🟩 Circa 1 ora al giorno
- 🟪 2-3 ore
- 🟦 3-4 ore
- 🟨 Tra le 5 e le 10 ore
- 🟦 10 ore o più

FASI DI UN'INDAGINE STATISTICA

FASI DI UN'INDAGINE STATISTICA

Le **fasi di un'indagine statistica** possono essere sintetizzate nei seguenti passaggi:

rilevamento dati → tabulazione dati → elaborazione dati → rappresentazione dati → interpretazione dati

I **dati** di un'indagine statistica sono detti **variabili statistiche**.

*Le **variabili qualitative** non sono misurabili.*

VARIABILI STATISTICHE	
QUALITATIVE	QUANTITATIVE
Si riferiscono a una **qualità** (colore dei capelli, cantante preferito...).	Si riferiscono a una **quantità** (altezza, peso, numero di studenti...).

TEMPO DELL'INDAGINE STATISTICA

TEMPO DELL'INDAGINE STATISTICA

INDAGINE STATISTICA CONTINUA	I dati sono raccolti **costantemente**.
INDAGINE STATISTICA PERIODICA	I dati sono raccolti **in un periodo**.
INDAGINE STATISTICA OCCASIONALE	I dati sono raccolti **occasionalmente**.

RACCOLTA DEI DATI

RACCOLTA DEI DATI

QUESTIONARIO	ARCHIVIO
	

RILEVAMENTO DEI DATI

RILEVAMENTO DEI DATI

Un'**indagine statistica** può avvenire mediante **un rilevamento totale** o **un rilevamento campionario**.

Per esempio, nel censimento della popolazione:

<table>
<tr><td>RILEVAMENTO TOTALE (censimento)</td><td>Si effettua su tutta la popolazione.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">RILEVAMENTO CAMPIONARIO</td><td rowspan="4">Si effettua solamente su una parte della popolazione.</td><td>PER CAMPIONE</td></tr>
<tr><td>La parte di popolazione è scelta in base a delle caratteristiche.</td></tr>
<tr><td>CASUALE</td></tr>
<tr><td>Il campione rappresentativo è scelto a caso.</td></tr>
</table>

TABULAZIONE DEI DATI

TABULAZIONE DEI DATI

In statistica, la **frequenza** è il **numero di volte** che un **dato compare** rispetto al totale.

"TABULARE" VUOL DIRE DISPORRE DATI IN MODO SISTEMATICO ALL'INTERNO DI UNA TABELLA

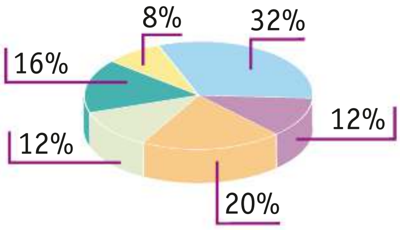
Ogni ***individuo della collettività*** *costituisce un'****unità statistica****.*

<table>
<tr>
<td>FREQUENZA ASSOLUTA</td>
<td>È il numero di unità statistiche che rispondono a una caratteristica.
<i>Quanti studenti in 2ª B praticano il calcio?</i>
</td>
<td>
<table>
<tr><th>Sport praticato in 2ª B</th><th>Frequenza assoluta</th></tr>
<tr><td>Calcio</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Tennis</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Basket</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Nuoto</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Pallavolo</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Ciclismo</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Totale</td><td>25</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>FREQUENZA RELATIVA</td>
<td>È il rapporto fra la frequenza assoluta e il numero totale dei rilevamenti statistici effettuati.</td>
<td>Calcio: $\frac{8}{25}$
Tennis: $\frac{5}{25}$
Basket: $\frac{4}{25}$
Nuoto: $\frac{3}{25}$
Pallavolo: $\frac{3}{25}$
Ciclismo: $\frac{2}{25}$</td>
</tr>
</table>

PERCENTUALE DI FREQUENZA

PERCENTUALE DI FREQUENZA

La **percentuale di frequenza** è il **rapporto** tra la **frequenza assoluta** e il **numero totale** dei **rilevamenti statistici effettuati** espressa in **percentuale**.



🟧 20% tennis	🟨 8% ciclismo
🟪 12% nuoto	🟩 16% basket
🟦 32% calcio	⬜ 12% pallavolo

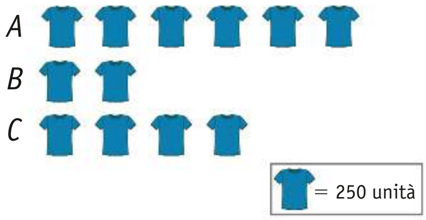
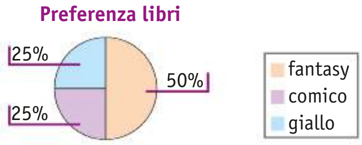
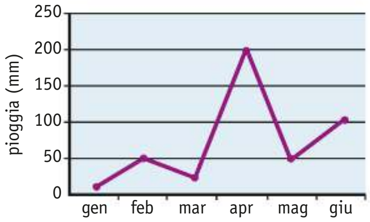
La somma delle percentuali di frequenza deve essere sempre 100%.

$$\frac{8}{25} = 8 : 25 = 0{,}32 \qquad 0{,}32 = \frac{32}{100} = 32\% \qquad \text{quindi: } \frac{8}{25} = 32\%$$

RAPPRESENTAZIONE E INTERPRETAZIONE DEI DATI

RAPPRESENTAZIONE E INTERPRETAZIONE DEI DATI

I **dati** di un'**indagine statistica** possono essere **rappresentati** con **istogrammi**, **ideogrammi**, **areogrammi** e **diagrammi cartesiani**.

		CHE COSA GUARDARE?
IDEOGRAMMA		– Unità grafica – Legenda
AREOGRAMMA		– Ampiezza dei settori circolari – Legenda
ISTOGRAMMA		– Altezza delle colonne – Legenda
DIAGRAMMA CARTESIANO		– Posizione dei punti – Legenda

ELABORAZIONE DEI DATI

"ELABORARE" VUOL DIRE ORDINARE E SVILUPPARE DATI DI VARIA NATURA MEDIANTE PROCEDIMENTI DI CALCOLO

Moda, **mediana** e **media** sono detti **indici di posizione** dell'indagine statistica compiuta.

Peso (kg)
37
37
38
40
40
40
42
42
43
44
45
45
45
46
47
48
48
50
50
50
50
50
52
52
52
52
53
TOTALE **1.238**

MODA	È il **dato** che si presenta con **maggior frequenza** (50).
MEDIANA	È il **dato** che rappresenta la **posizione centrale** dei dati (46).
MEDIA ARITMETICA (O MEDIA)	È il **rapporto** tra la **somma dei dati** e il **numero dei dati stessi**. $\frac{1.238}{27} = 45,9$ kg
CAMPO DI VARIAZIONE	È l'**intervallo** tra il **valore minimo** e il **valore massimo**. 37 : 53  ":" SI LEGGE "DA... A..."
AMPIEZZA	È la **differenza** fra il **valore massimo** e il **valore minimo** della successione di dati. 53 − 37 = 16 kg

ESERCIZI CONSIGLIATI

Raccolta dei dati

1 **Per un'indagine statistica casuale è stato intervistato il 40% di un gruppo di 600 atleti. Quanti atleti sono stati scelti?**

[**240**]

Rilevamento e tabulazione dei dati

2 **Organizza i seguenti dati numerici in una tabella di frequenza e indica la frequenza assoluta e quella relativa di ciascun numero.**

a. 10 13 10 25 27 12 27 24 10 12 13 27 25 10 24 28 13 12

b. 27 13 10 10 25 13 25 12 27 13 13 13 25 10 27 13 10 25

Utilizza lo strumento "**TABULAZIONE DEI DATI**".

3 **L'istogramma qui sotto rappresenta "il peso di un gruppo di calciatori".**
Dopo aver compilato una tabella di frequenza dei dati, rispondi alle domande.

a. Quali sono la moda, la mediana e la media dell'indagine statistica?

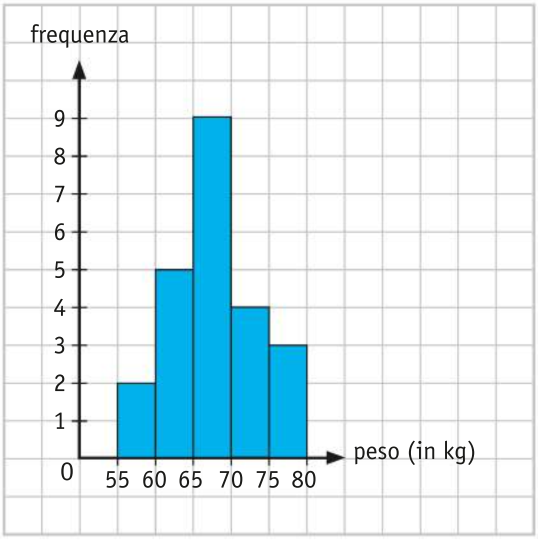
b. Qual è il campo di variazione della successione dei dati?

c. Quante sono le classi di peso?

d. Qual è l'ampiezza di ciascuna classe?

e. Quanti sono i calciatori di quel gruppo?

f. Quanti calciatori hanno un peso superiore alla media?



Utilizza lo strumento "**ELABORAZIONE DEI DATI**".

Rilevamento e interpretazione dei dati

4 Da un'indagine svolta in una scuola circa il luogo di villeggiatura preferito dai ragazzi risulta:

LUOGO DI VILLEGGIATURA	Mare	Montagna	Campagna	Estero
FREQUENZA	80	30	25	10

Esprimi la frequenza assoluta e la frequenza relativa di ciascuna preferenza.

Utilizza lo strumento "**TABULAZIONE DEI DATI**".

Verifica

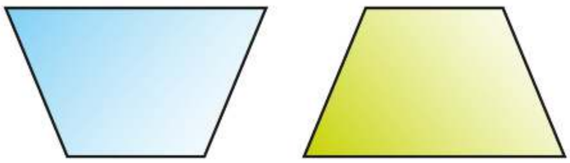
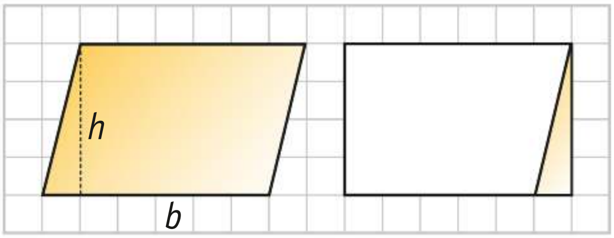
Svolgi gli esercizi della rubrica "AUTOVERIFICA" dell'unità *L'indagine statistica* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

SCHEDA 7

Il calcolo delle aree

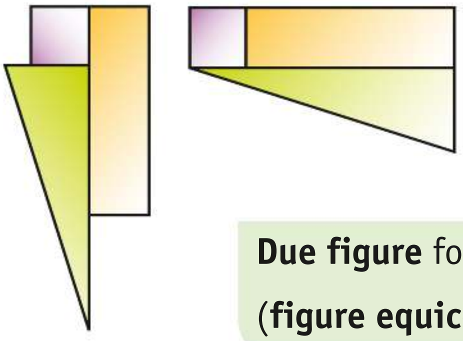
FIGURE PIANE EQUIVALENTI

FIGURE PIANE EQUIVALENTI

<table>
<tr><th colspan="2">FIGURE CONGRUENTI (UGUALI)</th></tr>
<tr><td></td><td>– Hanno la stessa forma e la stessa dimensione.
– Se sovrapposte una all’altra coincidono punto per punto.</td></tr>
<tr><th colspan="2">FIGURE EQUIVALENTI</th></tr>
<tr><td> </td><td>– Hanno la stessa estensione.
– Occupano la stessa superficie.
– Non sono necessariamente isoperimetriche.</td></tr>
</table>

PRINCIPIO DI EQUISCOMPONIBILITÀ

PRINCIPIO DI EQUI-SCOMPONIBILITÀ

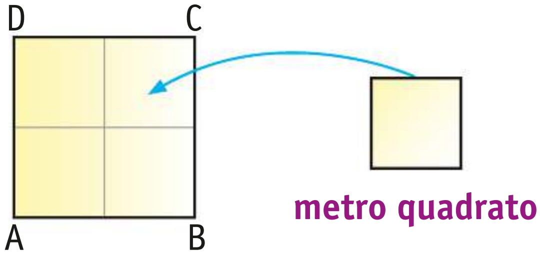


Due figure formate dall’**unione di figure uguali** (**figure equicomposte**) sono **equivalenti**.

MISURA DI UNA SUPERFICIE

MISURA DI UNA SUPERFICIE

La **misura di una superficie**, cioè l’**area**, è quel **numero** che indica **quante volte** l’**unità di misura scelta** è contenuta nella **superficie considerata**.



L’**unità di misura** scelta è contenuta **4 volte** nella figura, quindi:

Area ABCD = 4 m^2

MISURA DI UNA SUPERFICIE

PER OPERARE CON LE MISURE, LE QUANTITÀ DEVONO AVERE LA STESSA UNITÀ DI MISURA

UNITÀ FONDAMENTALE

↓

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

← MULTIPLI

SOTTOMULTIPLI →

EQUIVALENZE

EQUIVALENZE

Per **trasformare** le **unità di misura** si utilizzano le **equivalenze.**

1. **Identifica** sullo schema l'**unità di misura** che devi trasformare.

8 cm² = ... mm²

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

2. Osserva l'**unità di misura** che devi trasformare: **è maggiore o minore rispetto a quella a cui devi arrivare**?

Se è **MINORE:** ← Procedi verso SINISTRA

Se è **MAGGIORE:** → Procedi verso DESTRA

8 cm² = ... mm²

km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

1 spazio

È **maggiore**, quindi procedi verso **destra**.

3. **Conta gli spazi** e **opera.**

	Verso sinistra ← **dividi**	**Verso destra** → **moltiplica**
1 spazio	:100	×100
2 spazi	:10.000	×10.000
3 spazi	:1.000.000	×1.000.000
4 spazi	:100.000.000	×100.000.000
5 spazi	:10.000.000.000	×10.000.000.000
6 spazi	:1.000.000.000.000	×1.000.000.000.000

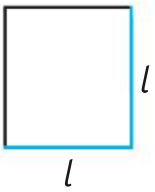
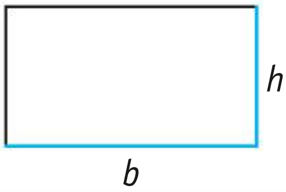
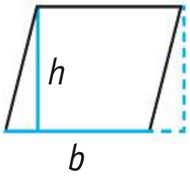
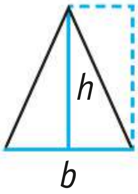
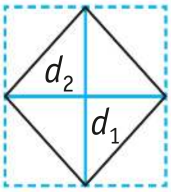
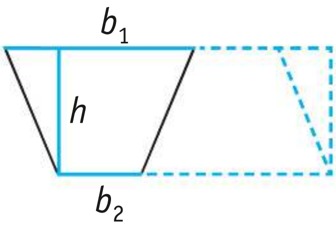
quindi:

8 cm² = (8 × 100) mm²

8 cm² = 800 mm²

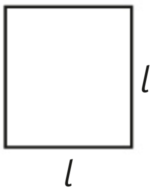
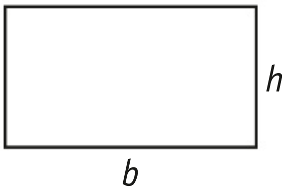
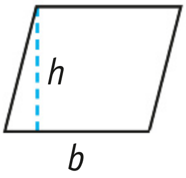
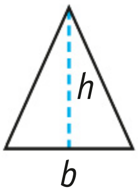
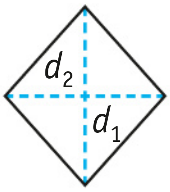
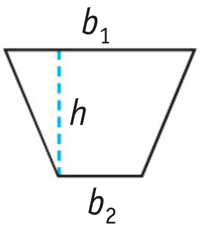
FORMULE DIRETTE DELLE AREE

FORMULE DIRETTE DELLE AREE

FIGURA PIANA	FORMULA AREA
QUADRATO  	Area = lato · lato $A = l \cdot l$
RETTANGOLO  	Area = base · altezza $A = b \cdot h$
PARALLELOGRAMMA  	Area = base · altezza $A = b \cdot h$
TRIANGOLO  	$\text{Area} = \dfrac{\text{base} \cdot \text{altezza}}{2}$ $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$
ROMBO  	$\text{Area} = \dfrac{\text{diagonale maggiore} \cdot \text{diagonale minore}}{2}$ $A = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$
TRAPEZIO  	$\text{Area} = \dfrac{(\text{base maggiore} + \text{base minore}) \cdot \text{altezza}}{2}$ $A = \dfrac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$

FORMULE INVERSE DELLE AREE

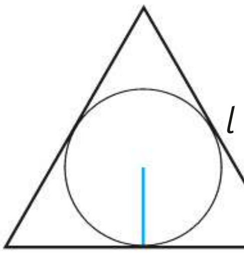
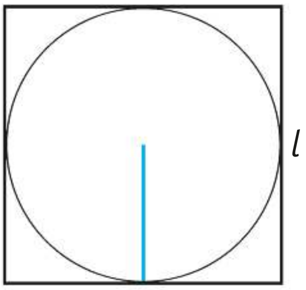
FORMULE INVERSE DELLE AREE

FIGURA PIANA	FORMULA AREA	FORMULE INVERSE	
QUADRATO 	$A = l \cdot l$	$l = \sqrt{A}$	
RETTANGOLO 	$A = b \cdot h$	$h = \dfrac{A}{b}$	$b = \dfrac{A}{h}$
PARALLELOGRAMMA 	$A = b \cdot h$	$h = \dfrac{A}{b}$	$b = \dfrac{A}{h}$
TRIANGOLO 	$A = \dfrac{b \cdot h}{2}$	$h = \dfrac{2 \cdot A}{b}$	$b = \dfrac{2 \cdot A}{h}$
ROMBO 	$A = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$	$d_1 = \dfrac{2 \cdot A}{d_2}$	$d_2 = \dfrac{2 \cdot A}{d_1}$
TRAPEZIO 	$A = \dfrac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$	$b_1 + b_2 = \dfrac{2 \cdot A}{h}$	$h = \dfrac{2 \cdot A}{b_1 + b_2}$

AREA DEI POLIGONI REGOLARI

AREA
DEI POLIGONI
REGOLARI

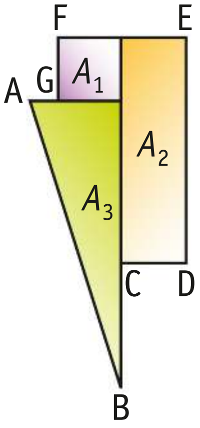
In geometria, con riferimento ai **poligoni regolari**, l'**apotema** (***a***) è il **raggio della circonferenza inscritta** e corrisponde alla **distanza** fissa tra l'**incentro**[1] e ciascuno dei **lati**.

POLIGONI REGOLARI	FORMULA AREA	FORMULE INVERSE
TRIANGOLO EQUILATERO  	$a = l \cdot 0,289$ $A = \frac{(l \cdot 3) \cdot a}{2}$	$l = a : 0,289$
QUADRATO  	$a = l \cdot 0,5$ $A = \frac{(l \cdot 4) \cdot a}{2}$	$l = a : 0,5$

a = apotema
A = Area
l = lato

AREA DI UNA QUALSIASI FIGURA PIANA

AREA DI
UNA QUALSIASI
FIGURA PIANA



L'area del poligono **ABCDEFG** si calcola **sommando** le aree dei **poligoni** che lo formano.

AREA del poligono **ABCDEFG** $= A_1 + A_2 + A_3$

---

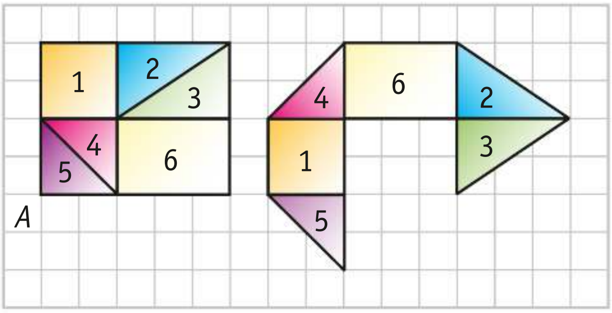
[1] L'**incentro** è il punto di incontro delle bisettrici degli angoli interni di un triangolo e coincide con il **centro** della **circonferenza** in esso **inscritta**.

ESERCIZI CONSIGLIATI

Figure piane equivalenti

1 La figura *A* è stata scomposta in parti che, ricomposte in altri modi, possono formare “nuove” figure. Disegnane sul tuo quaderno almeno altre due, seguendo l’esempio.

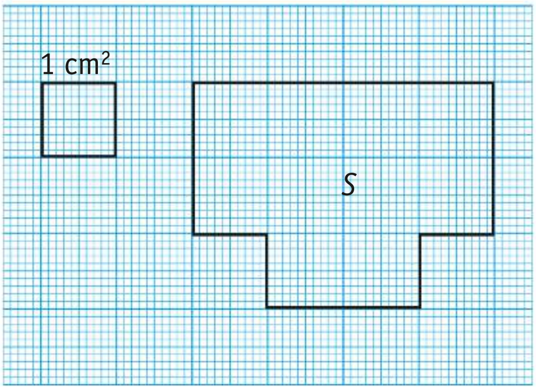
ESEMPIO



Verifica che le nuove figure siano formate da tutte le parti in cui è stata scomposta la figura *A* e che le loro dimensioni siano identiche a quelle originali.

Misura di una superficie

2 Determina l’area della figura *S* rispetto all’unità di misura indicata ed esprimila poi in decimetri quadrati e in millimetri quadrati.



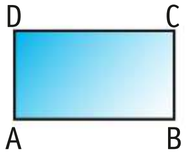
3 Per ricoprire la superficie di una parete di 18 m^2 si acquistano delle piastrelle. Sapendo che l’area di ogni piastrella è 225 cm^2 e che la spesa complessiva è stata di € 1.200, calcola il costo di una piastrella. [€ 1,50]

Controlla bene le unità di misura ed eventualmente utilizza lo strumento “**EQUIVALENZE**”.

Area dei poligoni regolari

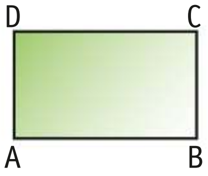
CON STRUMENTO

4 Osserva le figure e, utilizzando i dati scritti a fianco, calcola le misure richieste.



AB = 21 cm
BC = 12 cm
$p =$ ....
$A =$ ....

AB = 13 cm
$p =$ 60 cm
BC = ...
$A =$ ....



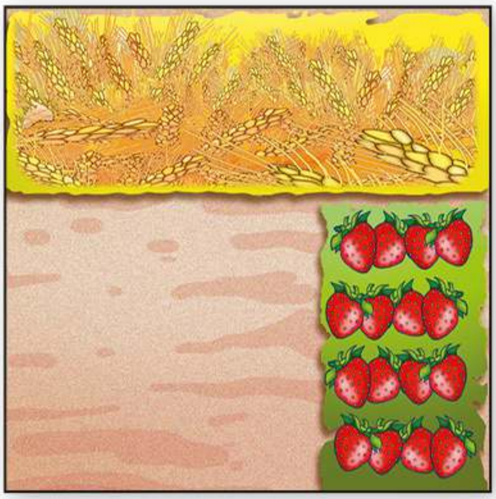
BC = 16 cm
$A =$ 464 cm^2
AB = ...
$p =$ ....

$A =$ 336 cm^2
AB = 32 cm
BC = ...
$p =$ ....

Utilizza lo strumento "**FORMULE INVERSE DELLE AREE**".

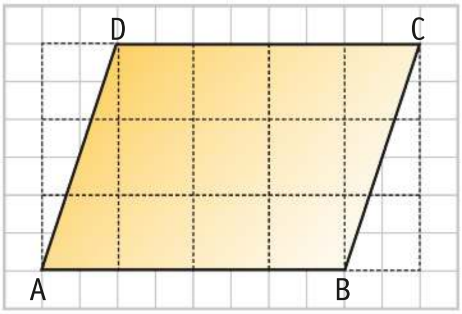
DA SOLO

5 Un campo quadrato di lato 60 m è coltivato per $\frac{2}{5}$ a frumento e per $\frac{1}{3}$ del rimanente terreno a fragole. Se ogni ettaro di terreno produce in media 1.200 q di frumento e 900 q di fragole, quanti quintali dei due tipi di coltura sono stati raccolti? [172,8 q; 64,8 q]



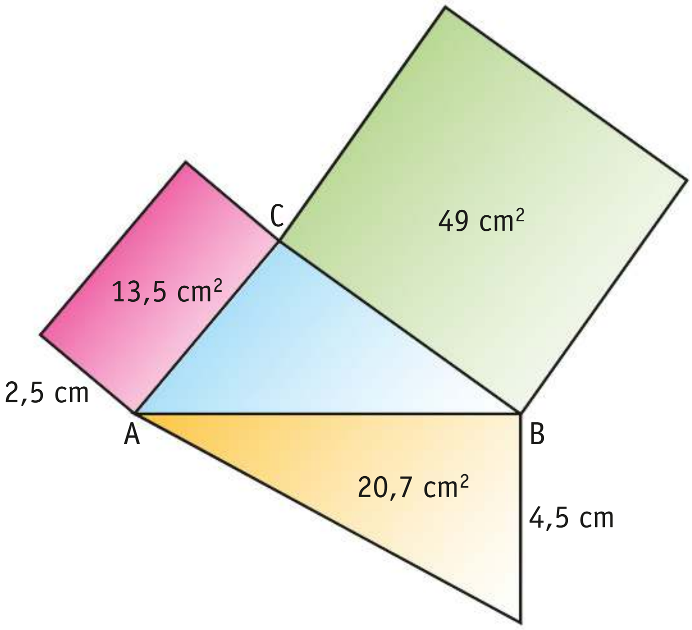
Ti ricordi cos'è un **ettaro**?

6 **L'area di un parallelogramma è 588 cm^2 e la base è $\frac{4}{3}$ dell'altezza. Calcola la misura della base e dell'altezza del parallelogramma.**



[28 cm; 21 cm]

7 **Con riferimento ai dati della figura, calcola il perimetro del triangolo ABC.**



[21,6 cm]

Verifica

Svolgi gli esercizi della rubrica "AUTOVERIFICA" dell'unità *Il calcolo delle aree* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

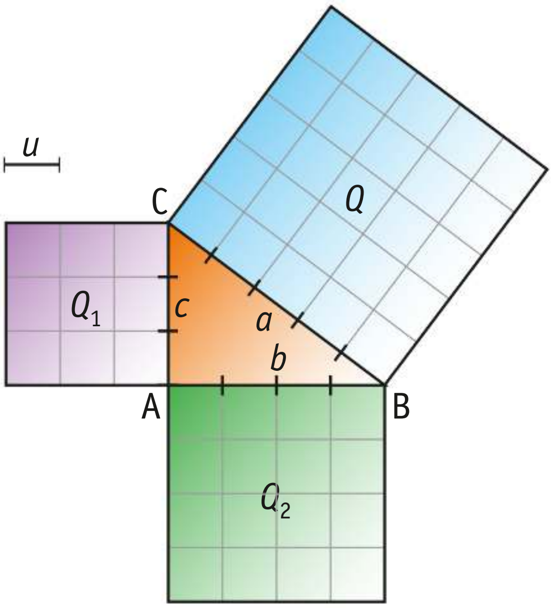
SCHEDA 8

Il teorema di Pitagora

TEOREMA DI PITAGORA

TEOREMA
DI PITAGORA

In un qualsiasi **triangolo rettangolo**, il **quadrato** costruito sull'**ipotenusa** **è equivalente** alla **somma dei quadrati** costruiti sui due **cateti**.



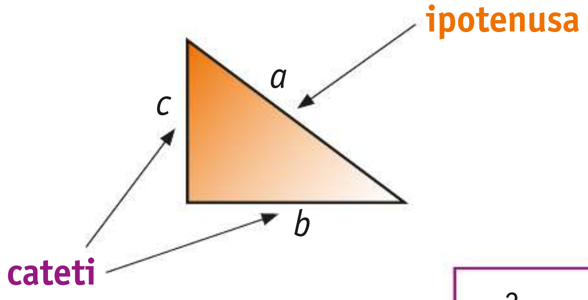
$Q = 25$ ☐

$Q_1 = 9$ ☐

$Q_2 = 16$ ☐

$Q_1 + Q_2 = Q$

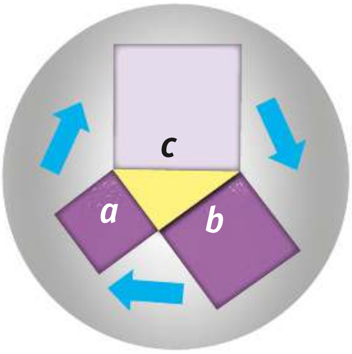
9 ☐ $+ 16$ ☐ $= 25$ ☐

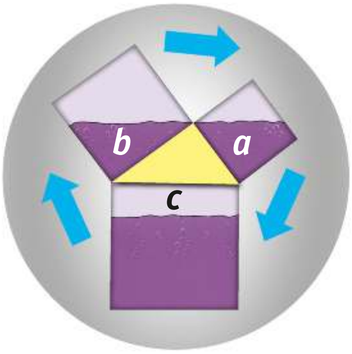


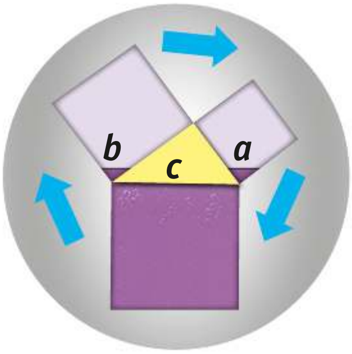
$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

DIMOSTRAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA

DIMOSTRAZIONI
DEL TEOREMA
DI PITAGORA

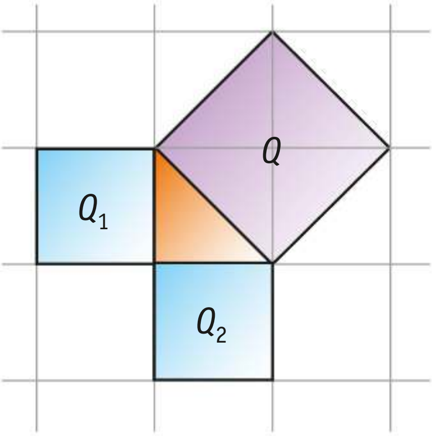


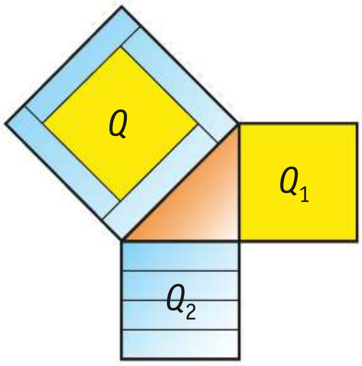


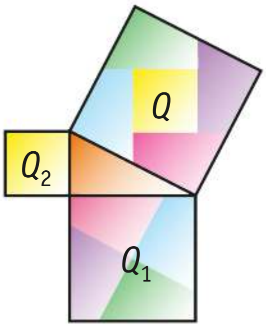


DIMOSTRAZIONI
DEL TEOREMA
DI PITAGORA

Scomponi i quadrati costruiti sull'ipotenusa e quelli costruiti sui cateti e osserva.







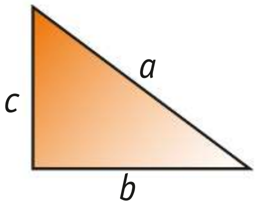
$$\boxed{Q \doteq Q_1 + Q_2}$$

TERNE PITAGORICHE

TERNE
PITAGORICHE

Una **terna pitagorica** è una **terna di numeri naturali** a, b, c **tali che:**

$$a^2 = b^2 + c^2$$



$a = 17$ cm

$b = 15$ cm

$c = 8$ cm

Questa terna di numeri naturali è una **terna pitagorica** se $a^2 + b^2 = c^2$.

$17^2 = 15^2 + 8^2$

$289 = 225 + 64$

$\mathbf{289 = 289}$

Quindi **8**, **15**, **17** è una **terna pitagorica**.

TERNE PITAGORICHE

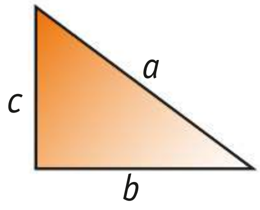
Una **terna pitagorica** si dice **primitiva** se i numeri naturali che la compongono sono **primi fra loro**.

TERNA PITAGORICA PRIMITIVA	**NUMERI PRIMI FRA LORO**			
	5, 12, 13	8, 15, 17	3, 4, 5	7, 24, 25

Moltiplicando o **dividendo** una **terna pitagorica primitiva** per lo **stesso numero** si ottiene una **terna pitagorica derivata**.

TERNA PITAGORICA DERIVATA	$3 \xrightarrow{\times 2} 6$	$4 \xrightarrow{\times 2} 8$	$5 \xrightarrow{\times 2} 10$

Come trovare una terna pitagorica?



Trova la terna pitagorica a partire da un numero **PARI** ($n > 1$).

Fissato un **numero pari** p, la **terna pitagorica** è data dalle seguenti **formule:**

$a = p$ $\downarrow$	
$b = \frac{p^2 + 4}{4}$	$c = \frac{p^2 - 4}{4}$

Osserva come trovare la **terna pitagorica** sapendo che $a = 6$.

$a = 6$

$$b = \frac{6^2 + 4}{4} = \frac{36 + 4}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

$$c = \frac{6^2 - 4}{4} = \frac{36 - 4}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

6, 8, 10 → **TERNA PITAGORICA**

TERNE PITAGORICHE

Trova la terna pitagorica a partire da un numero **DISPARI** ($n > 1$).

Fissato un **numero dispari *d***, la **terna pitagorica** è data dalle seguenti **formule:**

$a = d$ ↓	
$b = \frac{d^2 + 1}{2}$	$c = \frac{d^2 - 1}{2}$

Osserva come trovare la **terna pitagorica** sapendo che $a = 7$.

$a = 7$

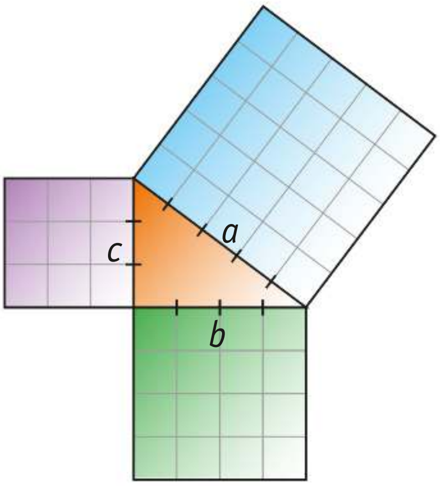
$$b = \frac{7^2 + 1}{2} = \frac{49 + 1}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$c = \frac{7^2 - 1}{2} = \frac{49 - 1}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

7, 24, 25 → **TERNA PITAGORICA**

APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA

APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Il **teorema di Pitagora** si applica solo al **triangolo rettangolo** o alle **figure** che **contengono almeno un triangolo rettangolo.**

$b =$ base

$l =$ lato

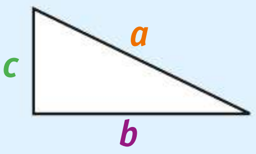
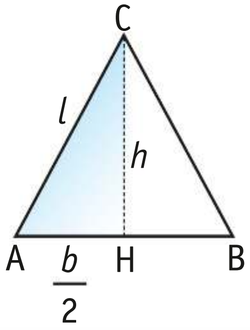
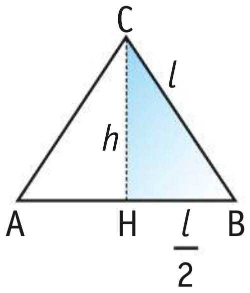
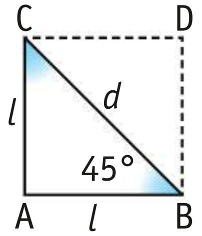
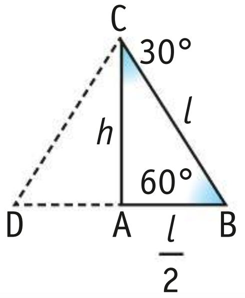
$d =$ diagonale

$\frac{b}{2} =$ metà base

$\frac{d}{2} =$ metà diagonale

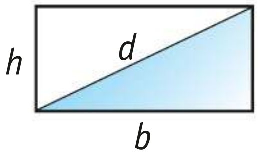
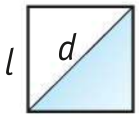
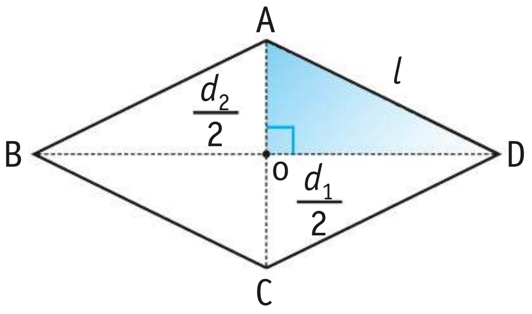
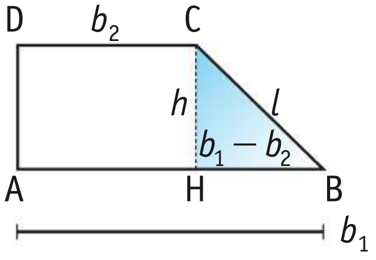
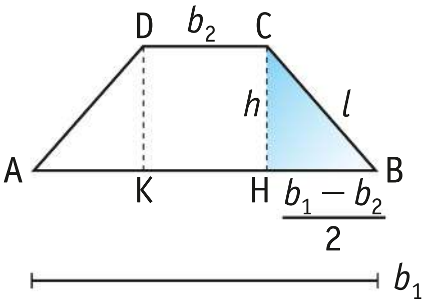
$h =$ altezza

$a, b, c =$ lati del triangolo rettangolo

APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA		FORMULE
AI TRIANGOLI	**TRIANGOLO RETTANGOLO** 	$a = \sqrt{b^2 + c^2}$ $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ $c = \sqrt{a^2 - b^2}$
	TRIANGOLO ISOSCELE 	$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$ $h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$ $\frac{b}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$
	TRIANGOLO EQUILATERO 	$h = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{3}$ $l = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}}$
	TRIANGOLO RETTANGOLO CON ANGOLI DI 45° 	$d = l \cdot \sqrt{2}$ $l = \frac{d}{\sqrt{2}}$
	TRIANGOLO RETTANGOLO CON ANGOLI DI 30° E 60° 	$h = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{3}$ $l = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}}$

SEGUE ▶▶▶

APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA

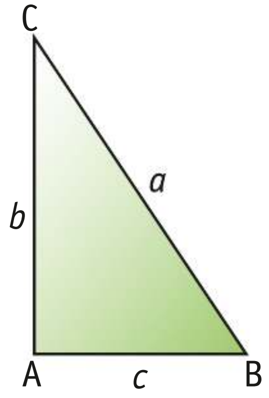
APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA		FORMULE
AI QUADRILATERI	**RETTANGOLO**  	$d = \sqrt{b^2 + h^2}$ $b = \sqrt{d^2 - h^2}$ $h = \sqrt{d^2 - b^2}$
	QUADRATO  	$d = l \cdot \sqrt{2}$ $l = \frac{d}{\sqrt{2}}$
	ROMBO  	$l = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$ $\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$ $\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}$
	TRAPEZIO RETTANGOLO  	$l = \sqrt{h^2 + (b_1 - b_2)^2}$ $h = \sqrt{l^2 - (b_1 - b_2)^2}$ $b_1 - b_2 = \sqrt{l^2 - h^2}$
	TRAPEZIO ISOSCELE  	$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2}$ $h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2}$ $\frac{b_1 - b_2}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$

ESERCIZI CONSIGLIATI

Il teorema di Pitagora

1 **Con riferimento alla figura a fianco, completa la seguente tabella.**

AB (cm)	AC (cm)	BC (cm)
8	15	$BC^2 = AB^2 + AC^2 =$ ....
21	28	....
7	24	....
7,2	9,6	....



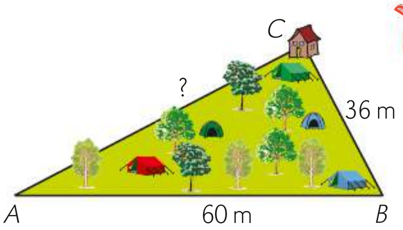
Terne pitagoriche

2 **Scrivi quattro terne derivate partendo dalla terna pitagorica primitiva 3, 4, 5 e moltiplicandola di volta in volta per 3, 5, 2,5 e 3,6.**

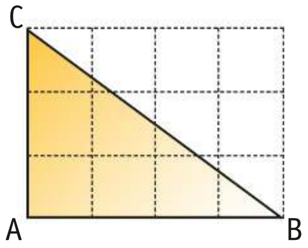
Utilizza lo strumento "**TERNE PITAGORICHE**".

Calcolo delle misure dei lati di un triangolo rettangolo

3 **In un campeggio all'incrocio di due vialetti perpendicolari AC e BC c'è un chioschetto. Se Stefano si trova nel punto A, quanti metri dovrà percorrere per arrivare al chioschetto?** [48 m]



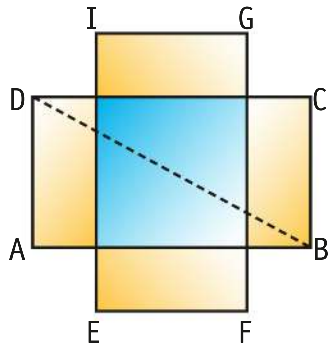
4 **Un triangolo rettangolo ha l'area di 216 cm^2 e un cateto è $\frac{4}{3}$ dell'altro. Calcola la misura dell'ipotenusa del triangolo.** [30 cm]



Puoi considerare il **triangolo** come la **metà di un rettangolo** di dimensioni 4 e 3.

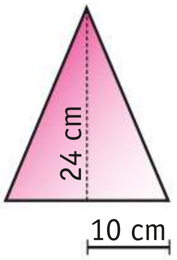
Applicazioni del teorema di Pitagora ai quadrilateri e ai triangoli

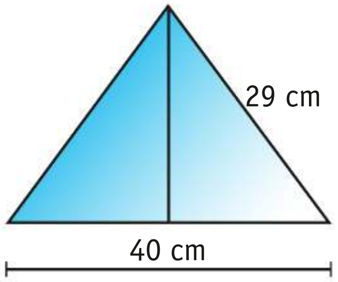
5 **Calcola il perimetro del tappeto riprodotto in figura, sapendo che il lato del quadrato centrale misura 72 cm e la diagonale BD del rettangolo ABCD misura 153 cm.**

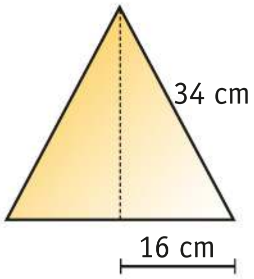


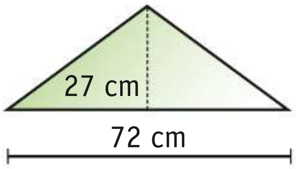
[540 cm]

6 **Calcola il perimetro e l'area di ciascun triangolo isoscele.**

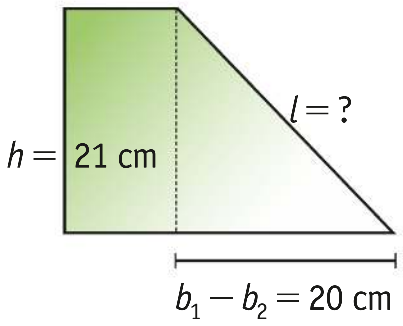


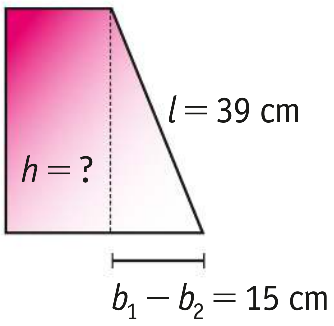


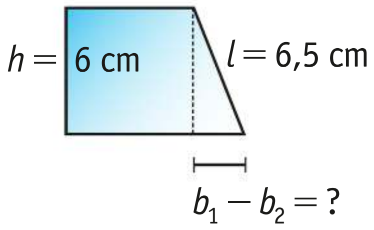




7 **Calcola la misura incognita di ciascuna figura.**







Utilizza le formule dello strumento "APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA".

Verifica

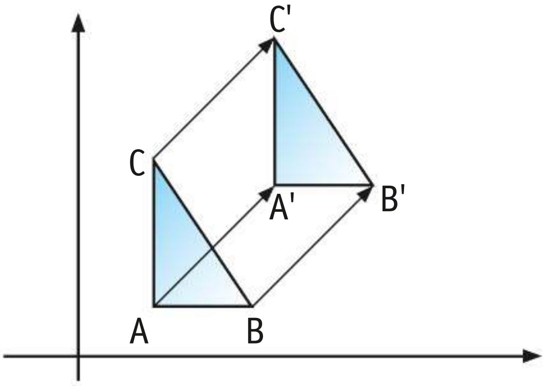
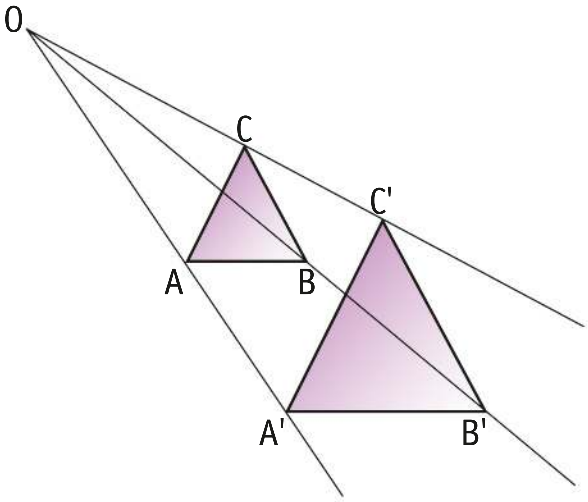
Svolgi gli esercizi della rubrica "AUTOVERIFICA" dell'unità *Il teorema di Pitagora* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

SCHEDA 9

La similitudine

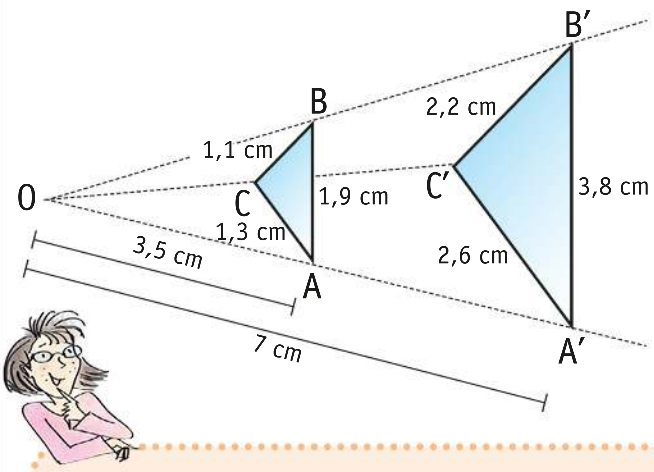
ISOMETRIA E OMOTETIA

ISOMETRIA
E OMOTETIA

ISOMETRIA	OMOTETIA
	
L'isometria è la **trasformazione geometrica** che fa **corrispondere** a una **figura piana un'altra figura a essa congruente** in un'**altra posizione.** ABC ≅ A'B'C'	**L'omotetia** è la **trasformazione geometrica** che fa **corrispondere** a una **figura piana un'altra figura della stessa forma, ingrandita** o **rimpicciolita.**

OMOTETIA DIRETTA

OMOTETIA
DIRETTA



Il triangolo **ABC** è stato **ingrandito 2 volte**.

BC = 1,1 cm	B'C' = 2,2 cm
AC = 1,3 cm	A'C' = 2,6 cm
AB = 1,9 cm	A'B' = 3,8 cm

$\frac{B'C'}{BC} = k$	$\frac{2,2}{1,1} = 2$
$\frac{A'C'}{AC} = k$	$\frac{2,6}{1,3} = 2$
$\frac{A'B'}{AB} = k$	$\frac{3,8}{1,9} = 2$

OMOTETIA DIRETTA

L'**omotetia di centro O** e **caratteristica *k*** è la **trasformazione geometrica** in cui i **punti O**, **P** e **P'** sono **allineati** e in cui il **rapporto** tra i **lati della figura** e quelli della **sua immagine** è **costante**.

$$\frac{OP'}{OP} = k$$

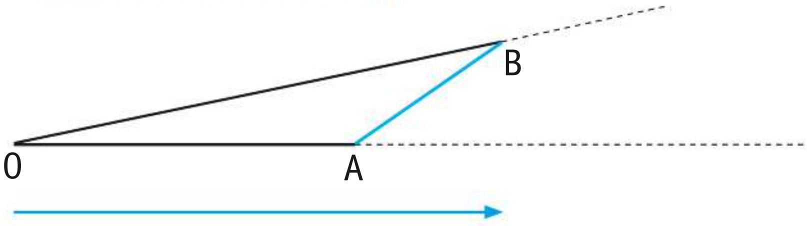
Come costruire un'omotetia diretta con caratteristica *k*

1. **Disegna** un **segmento AB** (o una figura).

2. **Disegna** il **punto O** all'**esterno** della figura.

3. **Unisci** il **punto O** con il **punto A** e poi con il **punto B**.

Prolunga la linea.



Quando due **figure** si trovano dalla **stessa parte rispetto al centro di omotetia** O, l'**omotetia** è **diretta**.

4. **Misura** la distanza **OA**.

5. **Moltiplica** la **lunghezza** di **OA** per ***k*** per trovare **OA'**.

$OA' = OA \cdot k$ $\qquad$ $OB' = OB \cdot k$

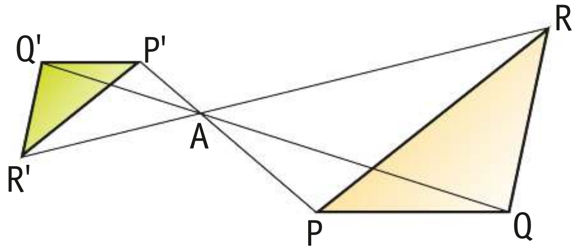
6. **Traccia** i **punti A'** e **B'**.

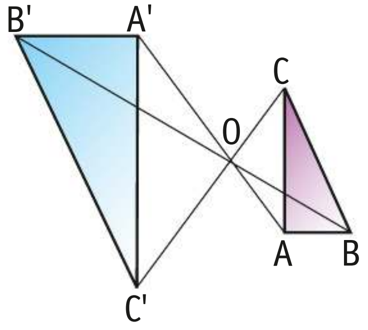
7. **Ripeti** lo **stesso procedimento** dal punto 3 per gli altri punti del segmento (o figura).

8. **Traccia** il **segmento A'B'** (o la figura).

OMOTETIA INVERSA

OMOTETIA INVERSA





Come costruire un'omotetia inversa con caratteristica *k*

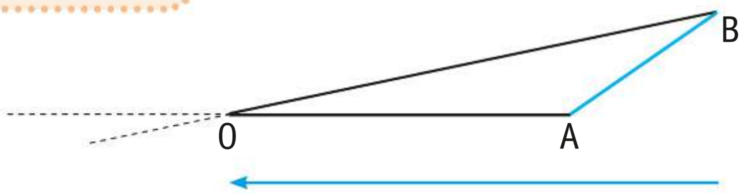
1. **Disegna** un **segmento AB** (o una figura).

2. **Disegna** il **punto O** all'**esterno** della figura.

Quando due **figure** si trovano da **parti opposte rispetto al centro di omotetia O**, l'**omotetia** è **inversa**.

3. **Unisci** il **punto O** con il **punto A** e poi con il **punto B**.

Prolunga la linea.



4. **Misura** la **distanza OA**.

5. **Moltiplica** la **lunghezza** di **OA** per ***k*** per trovare **OA'**.

$OA' = OA \cdot k$ $OB' = OB \cdot k$

6. **Traccia** i **punti A'** e **B'**.

7. **Ripeti** lo **stesso procedimento** dal punto 3 per gli altri punti del segmento (o figura).

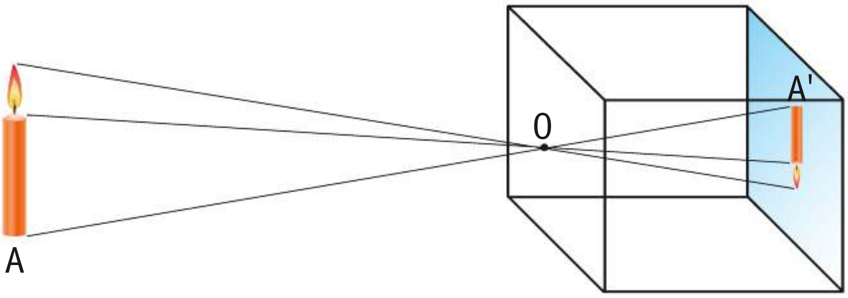
8. **Traccia** il **segmento A'B'** (o la figura).

OMOTETIA INVERSA

OMOTETIA		
DIRETTA (+)	INVERSA (−)	
$k > 1$	$k > 1$	La figura omotetica a quella data è **ingrandita.**
$k < 1$	$k < 1$	La figura omotetica a quella data è **rimpicciolita.**
$k = 1$		L'**omotetia diretta** è una **identità.**
	$k = -1$	L'**omotetia inversa** è una **simmetria centrale.**

La **camera oscura** è alla base della fotografia e utilizza il principio dell'**omotetia inversa**: le immagini esterne vengono catturate dall'obiettivo e **proiettate capovolte** all'interno della camera.

Omotetia inversa nello spazio $\left(k = \frac{OA'}{OA} = \frac{1}{2}\right)$

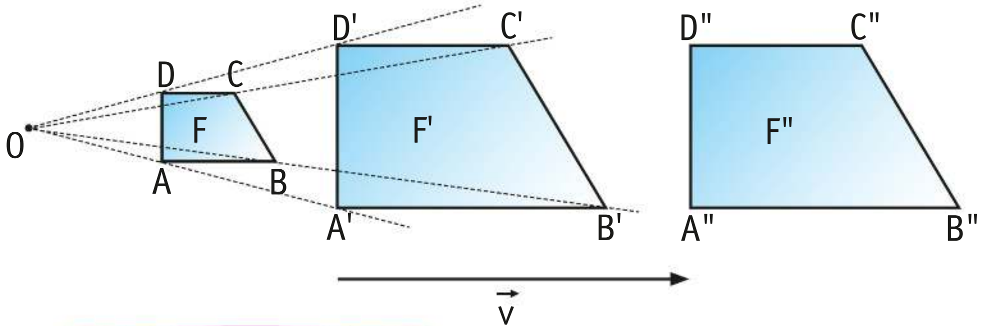


camera oscura

SIMILITUDINE

SIMILITUDINE

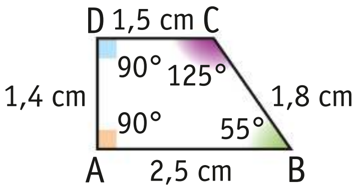
La **similitudine** è una **trasformazione geometrica** che si ottiene **componendo** un'**omotetia** con un'**isometria** o **viceversa**.

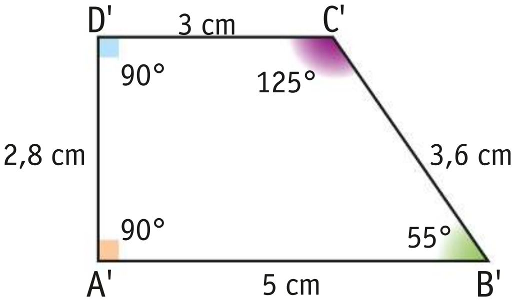


SIMILITUDINE = OMOTETIA + ISOMETRIA

Poligoni simili

SIMILITUDINE



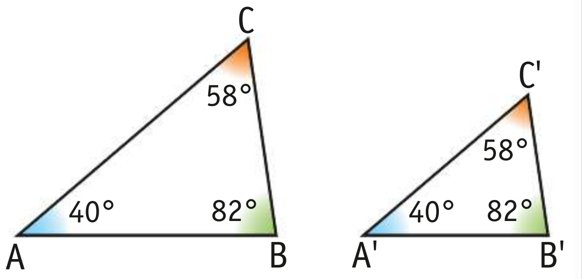
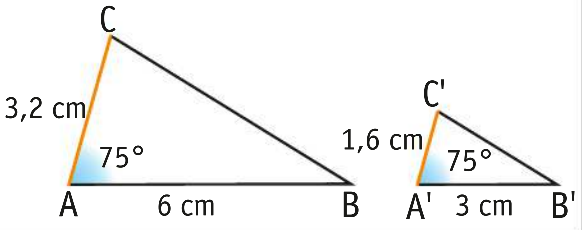
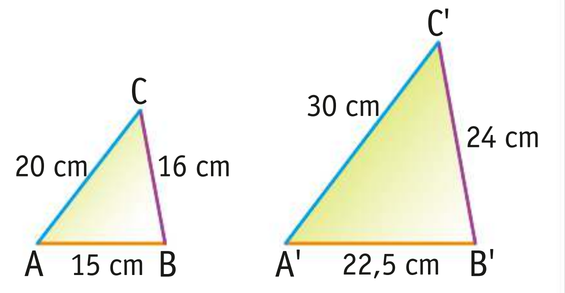


I **poligoni sono simili** se hanno la **stessa forma** (ma **non** l'**estensione**), gli **angoli corrispondenti congruenti** e il **rapporto** tra le **misure dei lati corrispondenti costante** (**rapporto di similitudine**).

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = k$$

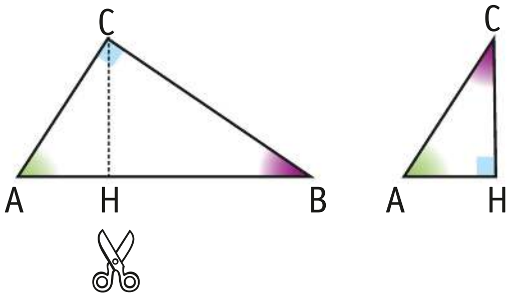
CRITERI DI SIMILITUDINE DEI TRIANGOLI

CRITERI DI SIMILITUDINE DEI TRIANGOLI

		DUE TRIANGOLI SONO SIMILI
PRIMO CRITERIO DI SIMILITUDINE		Se hanno gli **angoli ordinatamente congruenti.**
SECONDO CRITERIO DI SIMILITUDINE		Se hanno un **angolo congruente** e i **lati** che lo **comprendono in proporzione.**
TERZO CRITERIO DI SIMILITUDINE		Se hanno i **lati corrispondenti in proporzione.**

TEOREMI DI EUCLIDE

PRIMO TEOREMA



In un **triangolo rettangolo** il **cateto** è **medio proporzionale** tra l'**ipotenusa** e la **proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa**.

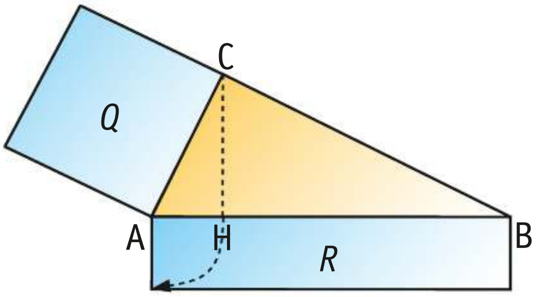
$$AB : AC = AC : AH$$

$$AB : BC = BC : BH$$

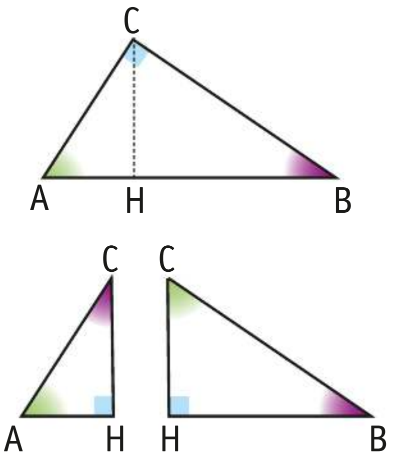
↓

$$AC^2 = AB \cdot AH$$

$$AC = \sqrt{AB \cdot BH}$$



SECONDO TEOREMA



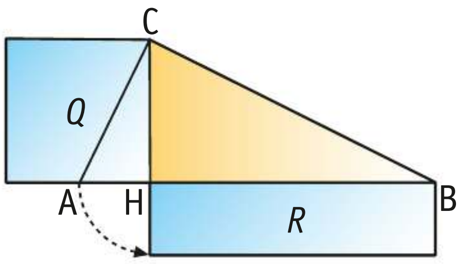
In un **triangolo rettangolo** il **quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa** è **equivalente** al **rettangolo** che ha per **lati** le **proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa**.

$$AH : CH = CH : BH$$

↓

$$CH^2 = AH \cdot BH$$

$$CH = \sqrt{AH \cdot BH}$$

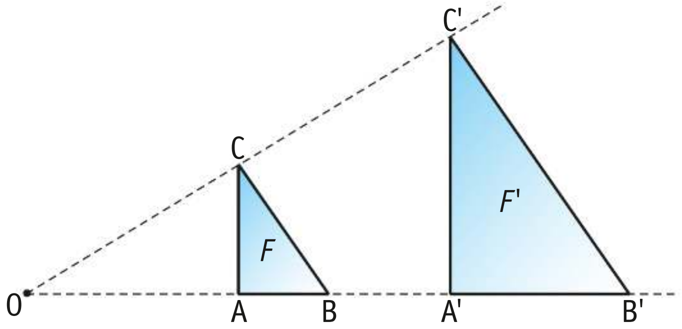


$$Q \doteq R$$

ESERCIZI CONSIGLIATI

Omotetia diretta

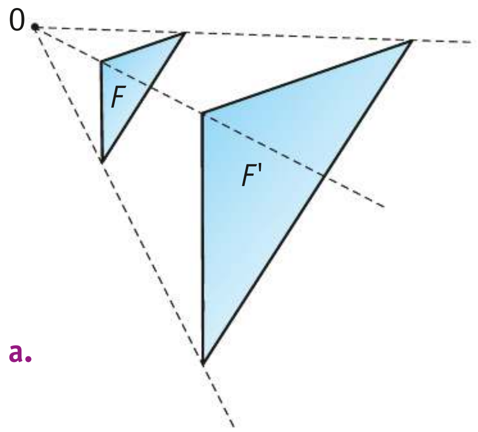
1 **Calcola il rapporto di omotetia nella trasformazione omotetica della figura *F* nella figura *F*'. La figura *F*' è ingrandita o rimpicciolita rispetto a *F*? Perché?**



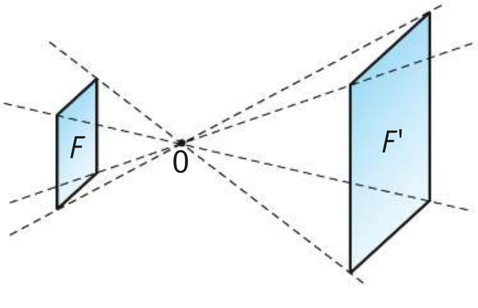
Usa il **righello**.

Omotetia inversa

2 **Osserva le seguenti coppie di figure e stabilisci se si corrispondono in un'omotetia diretta o inversa. In ciascuno dei casi determina il rapporto di omotetia che fa corrispondere *F*' a *F*.**



a.

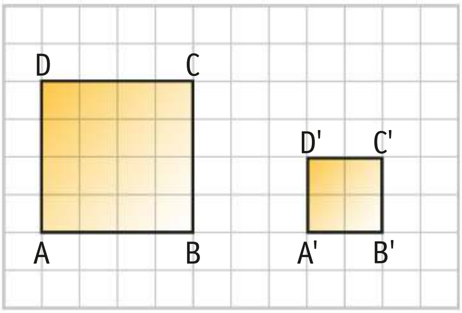


b.

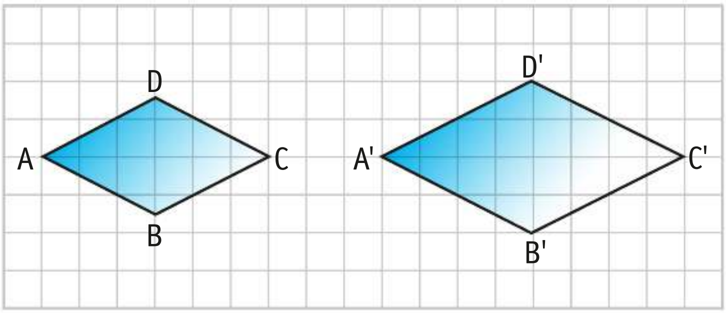
Similitudine

3 **Determina per ciascuna delle seguenti coppie di poligoni simili il rapporto di similitudine tra il secondo poligono e il primo.**

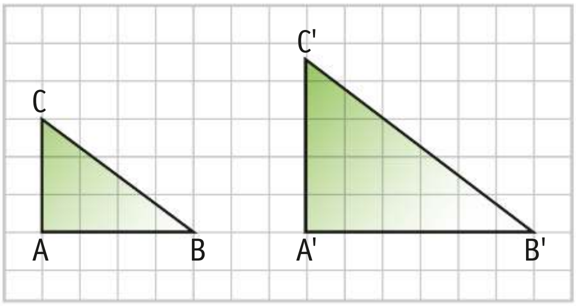
Misura i poligoni e utilizza lo strumento "**OMOTETIA DIRETTA**" per trovare la costante *k*.



a.



c.

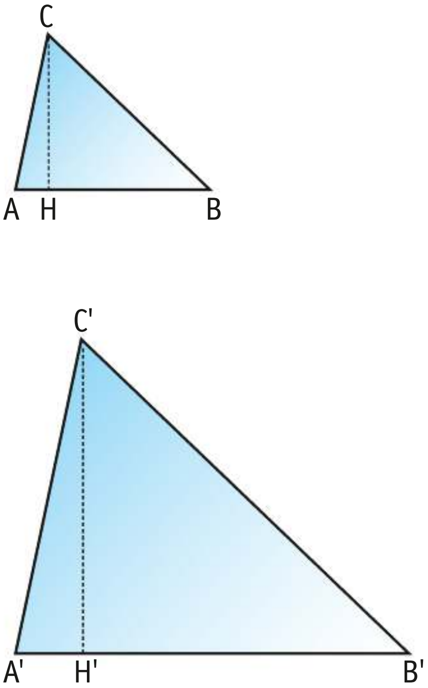


b.

Criteri di similitudine dei triangoli

4 **Due triangoli ABC e A'B'C' sono simili. Completa la tabella calcolando le misure incognite.**

AB = 10 cm A'B' = 40 cm	CH = 16 cm C'H' = ...
$\frac{BC}{B'C'} = \frac{3}{4}$	CH = 24 cm C'H' = ...
CH = 34 cm C'H' = 85 cm	AC = 40 cm A'C' = ...
BC = 20 cm B'C' = 30 cm	CH = 18 cm C'H' = ...
CH = ... C'H' = 1,5 cm	BC = 2,4 cm B'C' = 4 cm



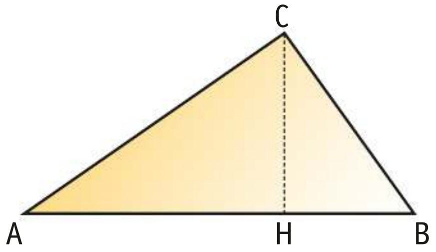
5 **Due rettangoli sono simili: la base del primo misura 2,5 cm e il rapporto tra l’area del primo e quella del secondo è $\frac{1}{4}$. Calcola il rapporto di similitudine e la misura della base del secondo rettangolo.** $\left[\frac{1}{2}; 5 \text{ cm}\right]$

Il secondo teorema di Euclide

6 **Completa la seguente tabella relativa al triangolo rettangolo raffigurato.**

AH = 32 cm	CH = 24 cm	BH = ...
AH = ...	CH = 26,4 cm	BH = 19,8 cm
AH = 16 cm	CH = ...	BH = 9 cm
AH = 24 cm	CH = ...	BH = 13,5 cm
AH = ...	CH = 72 cm	BH = 54 cm
AH = 12 cm	CH = 9 cm	BH = ...
AH = 14,4 cm	CH = ...	BH = 8,1 cm

Utilizza lo strumento “TEOREMI DI EUCLIDE”.



Verifica

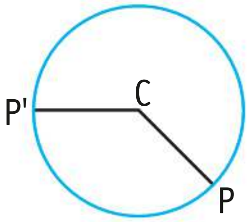
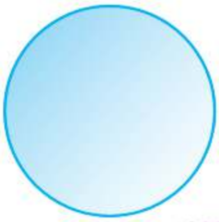
Svolgi gli esercizi della rubrica “AUTOVERIFICA” dell’unità *La similitudine* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

SCHEDA
10

La circonferenza e il cerchio

CIRCONFERENZA E CERCHIO: DEFINIZIONI

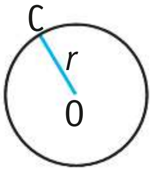
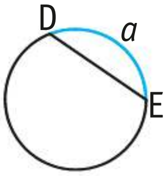
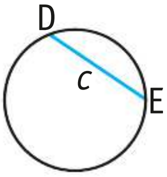
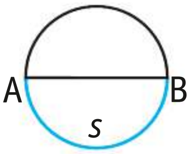
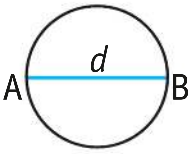
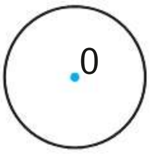
CIRCONFERENZA
E CERCHIO:
DEFINIZIONI

CIRCONFERENZA	CERCHIO
 $CP = CP'$ La **circonferenza** è una **linea curva chiusa** i cui **punti** sono **equidistanti** da un **punto fisso** detto **centro**.	 Il **cerchio** è la **parte di piano** delimitata dalla **circonferenza**.

La **circonferenza** costituisce il **contorno del cerchio**.

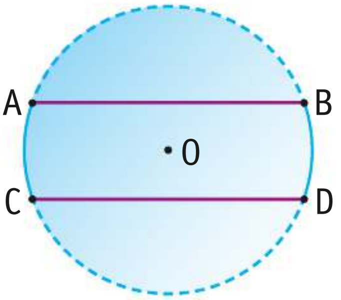
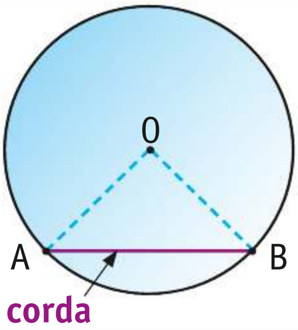
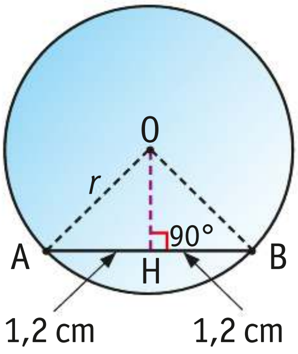
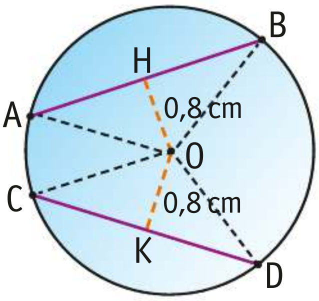
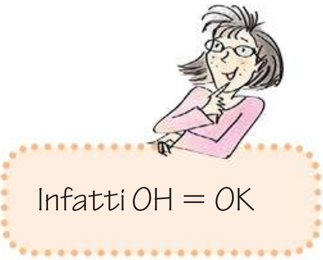
ELEMENTI DI UNA CIRCONFERENZA

ELEMENTI DI UNA
CIRCONFERENZA

RAGGIO	ARCO
 È il **segmento** che unisce il **centro** con **un punto** qualsiasi **della circonferenza**.	 È la **parte di circonferenza compresa** tra gli **estremi** di una **corda**.
CORDA	SEMICIRCONFERENZA
 È il **segmento** che unisce **due punti della circonferenza**.	 È la **parte di** circonferenza compresa tra gli **estremi** di un **diametro**.
DIAMETRO	CENTRO
 **È la corda più lunga** e passa dal centro della circonferenza. Vale il **doppio del raggio**. $d = 2 \cdot r$	 È il **centro della circonferenza**.

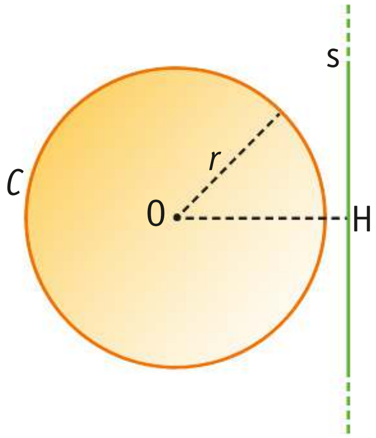
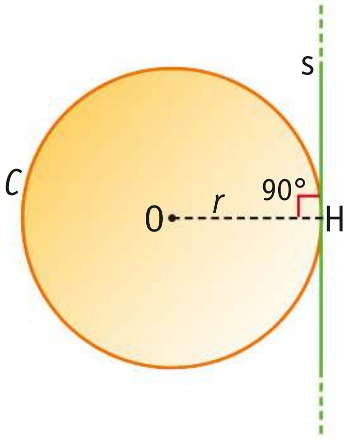
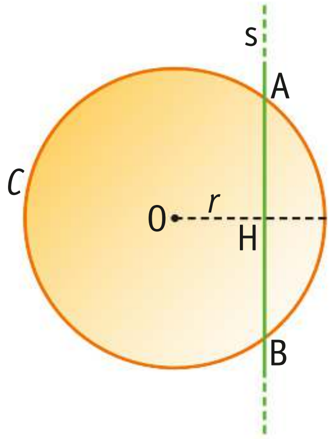
PROPRIETÀ DEGLI ARCHI E DELLE CORDE

PROPRIETÀ DEGLI ARCHI E DELLE CORDE

IN UNA STESSA CIRCONFERENZA	
	Ad **archi congruenti** corrispondono **corde congruenti** e **viceversa**. $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ 
	Qualsiasi **corda** è **minore** del diametro. AOB è un **triangolo isoscele**. **AO = OB** sono raggi. **AB < AO + OB**
	La **perpendicolare a una corda** condotta dal **centro** divide la **corda** a **metà** (è il suo **asse**). **OH ⊥ AB** AOB è un **triangolo isoscele**. OH è l'**altezza del triangolo** AOB.  
	**Due corde congruenti** hanno **uguale distanza** dal **centro**. AB = CD $A\hat{O}B$ è congruente a $C\hat{O}D$. $A\hat{O}B \cong C\hat{O}D$ 

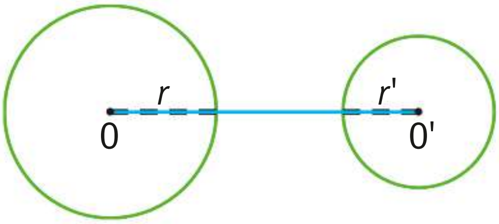
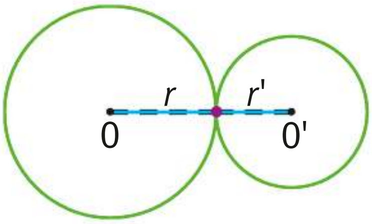
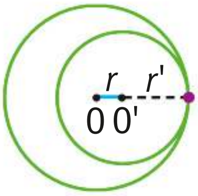
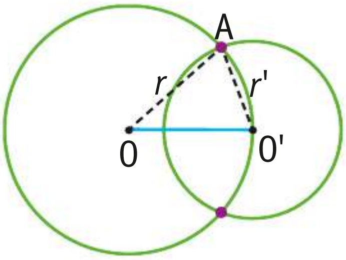
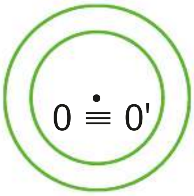
POSIZIONI DI UNA RETTA RISPETTO A UNA CIRCONFERENZA

POSIZIONI DI UNA RETTA RISPETTO A UNA CIRCONFERENZA

RETTA ESTERNA  	Una **retta** si dice **esterna a una circonferenza** se la sua **distanza dal centro** è **maggiore** del **raggio**. OH $>$ r 
RETTA TANGENTE  	Una **retta** si dice **tangente a una circonferenza** se la sua **distanza dal centro** è **uguale** al **raggio**. OH $=$ r 
RETTA SECANTE  	Una **retta** si dice **secante a una circonferenza** se la sua **distanza dal centro** è **minore** del **raggio**. OH $<$ r I **punti A** e **B appartengono** alla **circonferenza**. 

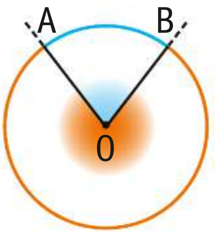
POSIZIONI RECIPROCHE DI DUE CIRCONFERENZE

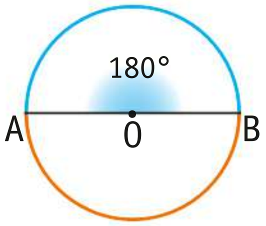
POSIZIONI RECIPROCHE DI DUE CIRCONFERENZE

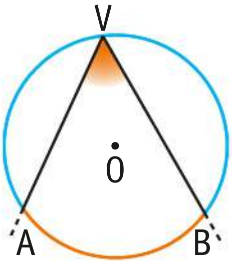
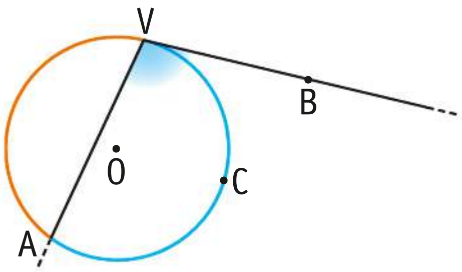
CIRCONFERENZE ESTERNE  	**Non hanno punti in comune.** $OO' > r + r'$
CIRCONFERENZE TANGENTI ESTERNAMENTE  	Hanno **un punto in comune.** $OO' = r + r'$
CIRCONFERENZE TANGENTI INTERNAMENTE  	Hanno **un punto in comune.** $OO' = r - r'$
CIRCONFERENZE SECANTI  	Hanno **due punti in comune.** $OO' < r + r'$
CIRCONFERENZE CONCENTRICHE  	– **Non hanno punti in comune.** – Una **circonferenza** è **interna** all'altra. – Hanno lo **stesso centro.** $O \equiv O'$

ANGOLI AL CENTRO E ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA

ANGOLI AL CENTRO E ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA

<table>
<tr><th colspan="2">ANGOLI AL CENTRO</th></tr>
<tr><td> </td><td>$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}A$ sono angoli al centro.

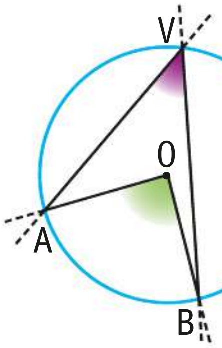
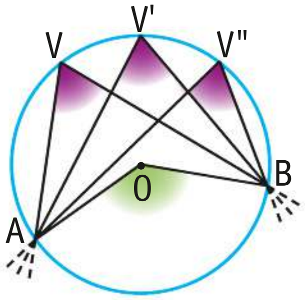
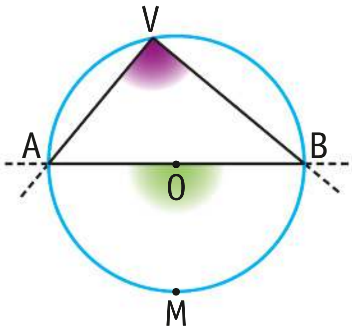
$A\hat{O}B$ è un angolo convesso;
$B\hat{O}A$ è un angolo concavo.
Gli angoli al centro hanno il vertice al centro della circonferenza.</td></tr>
<tr><td> </td><td>L’arco $\overset{\frown}{AB}$ e l’angolo al centro $A\hat{O}B$ sono corrispondenti.

L’ANGOLO AL CENTRO $A\hat{O}B$ INSISTE SULL’ARCO $\overset{\frown}{AB}$</td></tr>
<tr><th colspan="2">ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA</th></tr>
<tr><td>
ANGOLO SECANTE

ANGOLO TANGENTE</td><td>$A\hat{V}B$ è un angolo alla circonferenza.
Gli angoli alla circonferenza hanno il vertice che corrisponde a un punto della circonferenza.

Un lato di questi angoli può essere secante oppure tangente.</td></tr>
</table>

RELAZIONI TRA ANGOLI AL CENTRO E ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA

RELAZIONI TRA ANGOLI AL CENTRO E ANGOLI ALLA CIRCONFERENZA

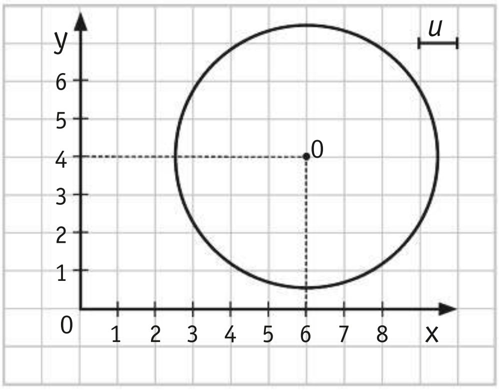
	L'**angolo al centro** e l'**angolo alla circonferenza** che **insistono** sullo stesso arco hanno gli **estremi** dei **lati A** e **B in comune**. $A\hat{O}B = 2 \cdot A\hat{V}B$
	Se gli **angoli alla circonferenza insistono sullo stesso arco** sono **tutti congruenti**. $A\hat{V}B \cong A\hat{V}'B \cong A\hat{V}''B$
	Ogni angolo che **insiste** su una **semicirconferenza** è **retto**. AB è il **diametro**. $A\hat{V}B = 90°$

ESERCIZI CONSIGLIATI

La circonferenza

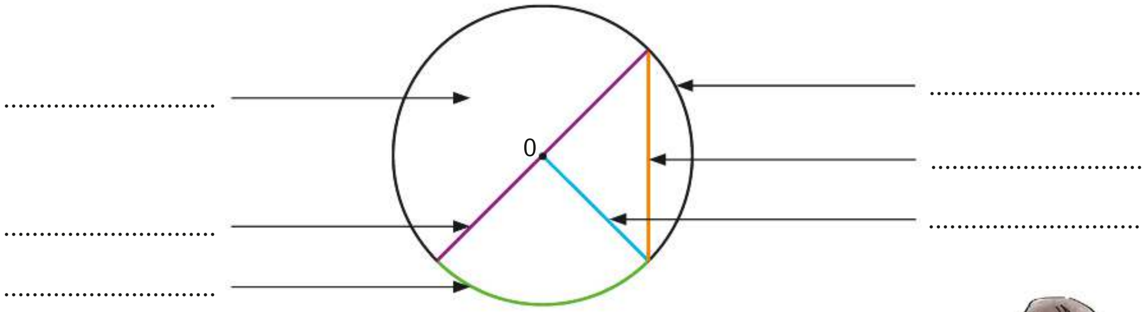
1 Risolvi il seguente esercizio sul piano cartesiano.

Indica le coordinate del centro e la misura del raggio della seguente circonferenza.
Traccia un raggio a piacere e scrivi le coordinate dei suoi estremi.



Elementi di una circonferenza

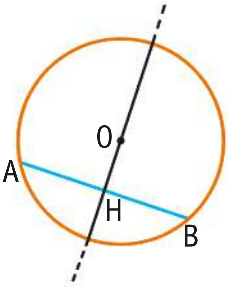
2 Osserva la figura e inserisci opportunamente al posto dei puntini i seguenti termini:
• raggio • diametro • arco • corda • circonferenza • semicerchio.

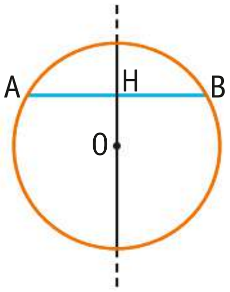


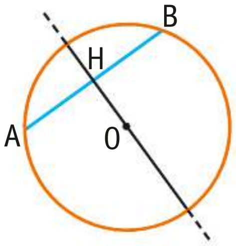
Utilizza lo strumento "**ELEMENTI DI UNA CIRCONFERENZA**".

Proprietà degli archi e delle corde

3 In ognuna delle seguenti circonferenze misura con un righello ciascuna delle due parti in cui la corda AB è divisa dalla perpendicolare passante per il centro O. Che cosa puoi osservare? Perché?







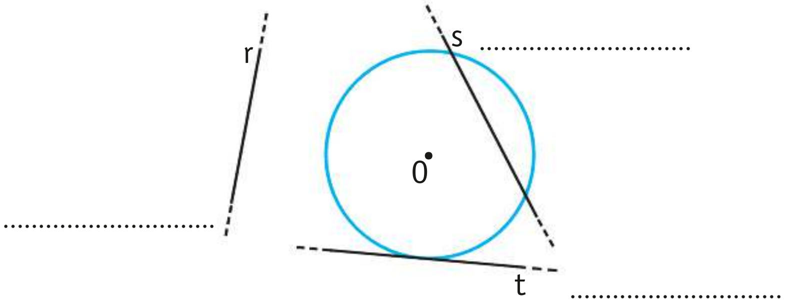
Usa il **righello**.

Posizioni di una retta rispetto a una circonferenza

4 **Osserva la figura e, facendo riferimento alla posizione di ciascuna retta rispetto alla circonferenza, inserisci al posto dei puntini la denominazione corretta. Traccia poi la distanza di ogni retta dal centro della circonferenza e indica con il simbolo appropriato se essa è maggiore, minore o uguale al raggio.**

CON STRUMENTO

Usa lo strumento
“POSIZIONI DI UNA
RETTA RISPETTO
A UNA CIRCONFERENZA”.

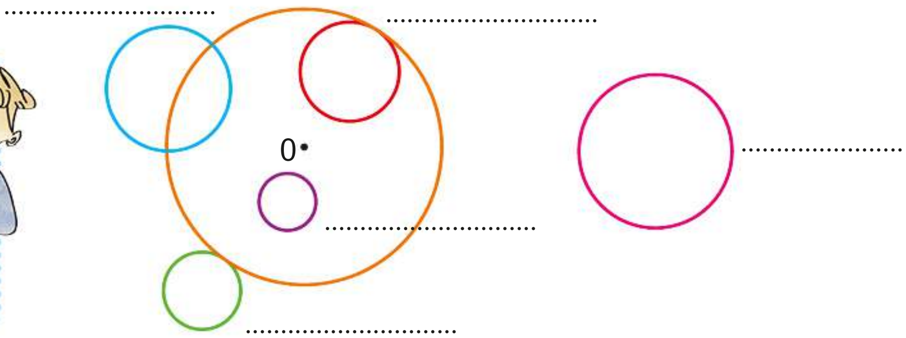


Posizioni reciproche di due circonferenze

5 **Osserva la figura. Quale posizione occupa ciascuna circonferenza minore rispetto a quella maggiore di centro O?**

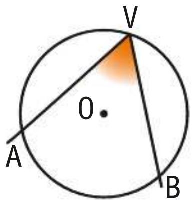
CON STRUMENTO

Usa lo strumento
“POSIZIONI
RECIPROCHE
DI DUE
CIRCONFERENZE”.



Angoli al centro e angoli alla circonferenza

6 **Disegna l’angolo al centro corrispondente all’angolo alla circonferenza. Ne potresti disegnare altri? Come sono tra loro gli angoli al centro che insistono sullo stesso arco?**



DA SOLO

Verifica

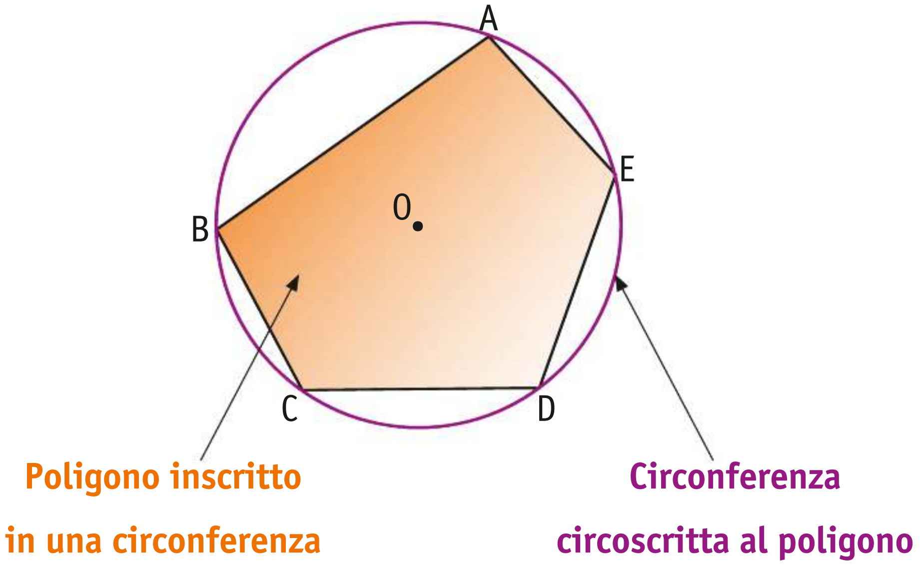
Svolgi gli esercizi della rubrica “AUTOVERIFICA” dell’unità *La circonferenza e il cerchio* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

Poligoni inscritti e circoscritti

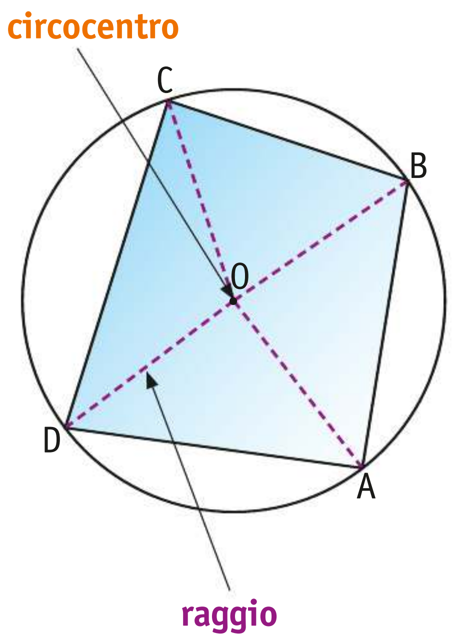
POLIGONI INSCRITTI IN UNA CIRCONFERENZA

POLIGONI INSCRITTI IN UNA CIRCONFERENZA

I punti A, B, C, D, E appartengono alla **circonferenza** e sono i **vertici del poligono.**



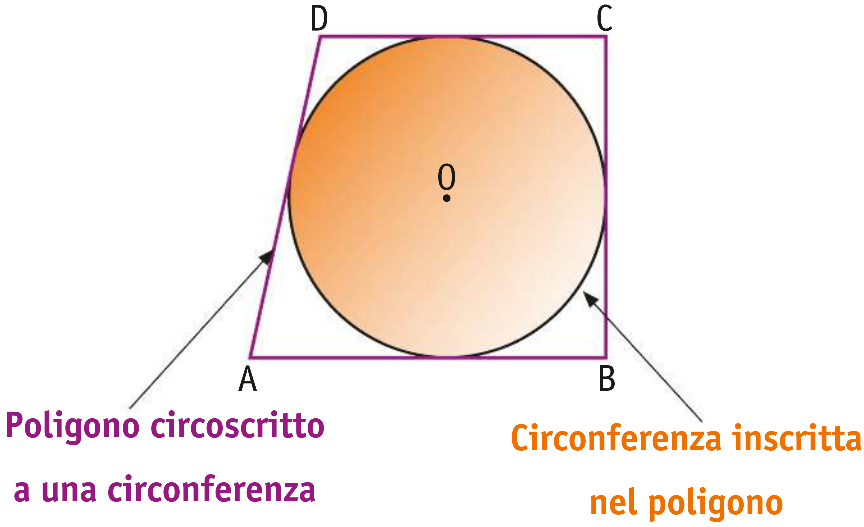
Il poligono **ABCDE** è **inscritto nella circonferenza** e questa è **circoscritta al poligono**.

	Ogni segmento che **congiunge** un **vertice del poligono** inscritto con il **centro** è detto **raggio del poligono** e corrisponde al **raggio della circonferenza.**
	Gli **assi dei lati del poligono** inscritto si incontrano nel **punto O** che è il **centro della circonferenza circoscritta**, detto **circocentro.**

POLIGONI CIRCOSCRITTI A UNA CIRCONFERENZA

POLIGONI
CIRCOSCRITTI
A UNA
CIRCONFERENZA

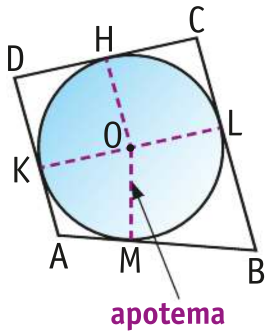
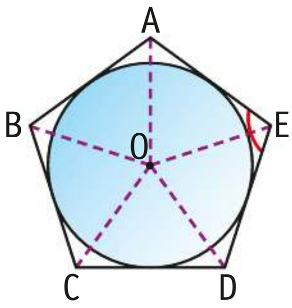
Tutti i **lati del poligono circoscritto** sono **tangenti alla circonferenza** e le **bisettrici degli angoli** si incontrano nell'**incentro**.



Poligono circoscritto a una circonferenza

Circonferenza inscritta nel poligono

Il poligono ***ABCD*** *è* ***circoscritto alla circonferenza*** *e questa è* ***inscritta nel poligono****.*

	Ogni **segmento** che **congiunge** il **centro della circonferenza** inscritta in un poligono e i **punti di tangenza** coincide con il **raggio della circonferenza** e si chiama **apotema.**
	Le **bisettrici degli angoli**[1] del poligono circoscritto si incontrano nel **punto O**, detto **incentro**, che **coincide** con il **centro della circonferenza**.

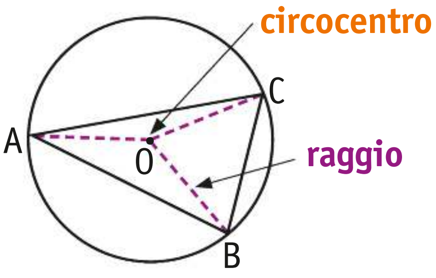
[1] Vedi strumento "BISETTRICE DI UN ANGOLO", nel fascicolo 1.

TRIANGOLI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

TRIANGOLI
INSCRITTI
E CIRCOSCRITTI

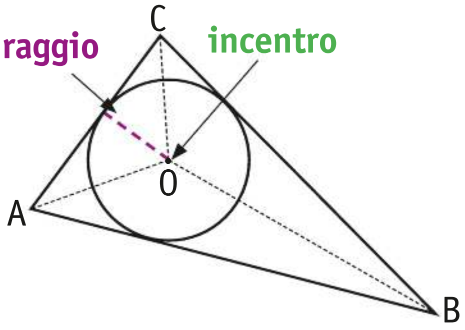
Tutti i triangoli sono **inscrivibili e circoscrivibili** a una **circonferenza.**

PER INSCRIVERE UN TRIANGOLO



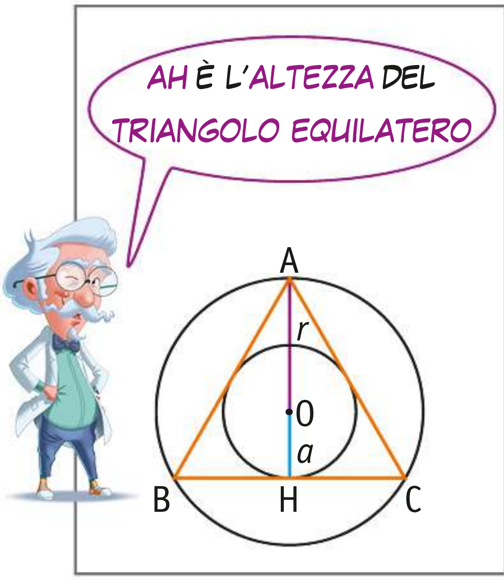
1. **Traccia** gli **assi dei tre lati** per trovare il **circocentro O.**
2. **Punta il compasso** sul circocentro O e aprilo con **apertura uguale alla distanza di un vertice del triangolo da O.**

PER CIRCOSCRIVERE UN TRIANGOLO



1. **Traccia** le **bisettrice degli angoli** per trovare l'**incentro O.**
2. **Punta il compasso** sull'incentro O e aprilo con **apertura uguale alla distanza di O da un qualsiasi lato.**

Un caso particolare: il triangolo equilatero



L'**apotema** della circonferenza inscritta è la **metà del raggio** della circonferenza circoscritta.

$r = 2a$ quindi: $a = \frac{1}{3}h$

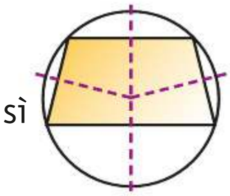
Esiste un'importante relazione tra il **raggio**, l'**apotema** e l'**altezza** di un **triangolo equilatero** inscritto in una circonferenza e circoscritto a un'altra.

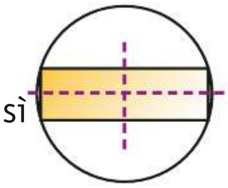
QUADRILATERI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI

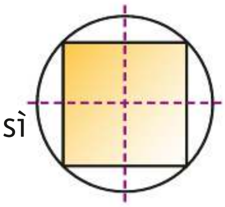
QUADRILATERI
INSCRITTI
E CIRCOSCRITTI

<table>
<tr>
<th>QUADRILATERI INSCRIVIBILI SEMPRE</th>
<th>QUADRILATERI CIRCOSCRIVIBILI SEMPRE</th>
</tr>
<tr>
<td>

- Trapezio isoscele
- Rettangolo
- Quadrato

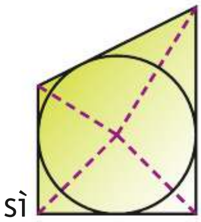


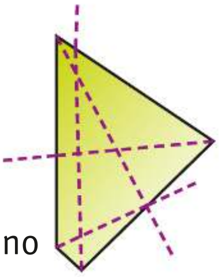


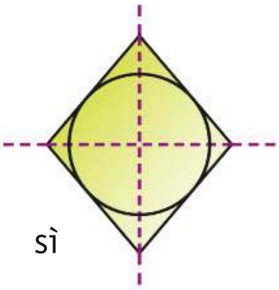


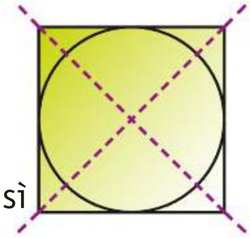
</td>
<td>

- Rombo
- Quadrato

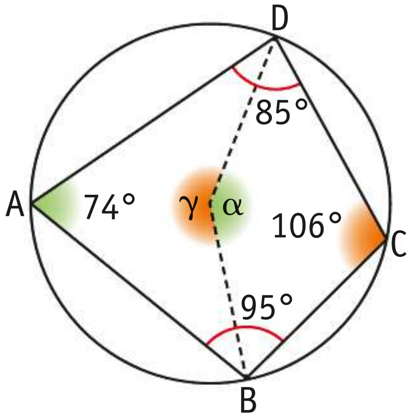








</td>
</tr>
<tr>
<td>

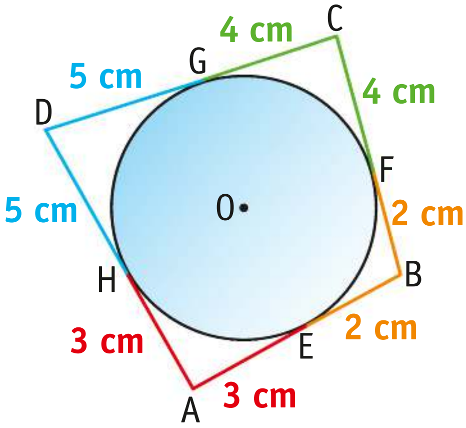


Un **quadrilatero inscritto in una circonferenza** ha gli **angoli opposti supplementari.**

$B\hat{A}D + B\hat{C}D = 180^\circ$

$A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^\circ$ ecc.

</td>
<td>



In un **quadrilatero circoscritto a una circonferenza** la **somma** di due **lati opposti** è **uguale** alla **somma** degli **altri due**.

$AB + CD = BC + AD$

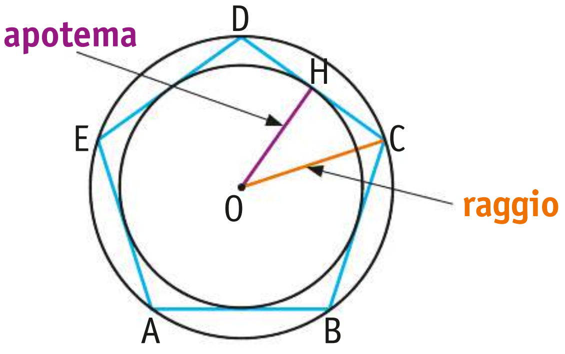
</td>
</tr>
</table>

POLIGONI REGOLARI

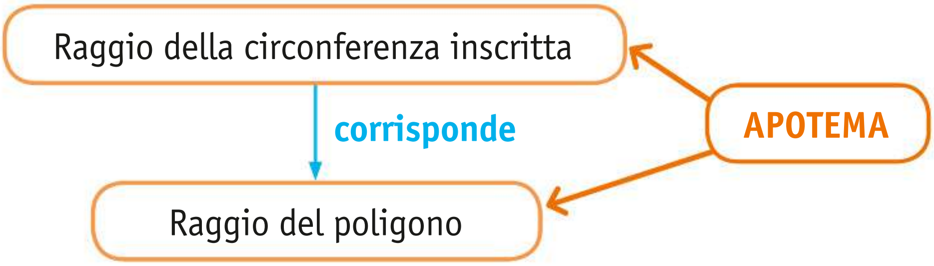
POLIGONI REGOLARI

Tutti i **poligoni regolari** sono **inscrivibili** e **circoscrivibili** a una **circonferenza**.

Un **poligono** si dice **regolare** se ha i **lati** e gli **angoli congruenti**.

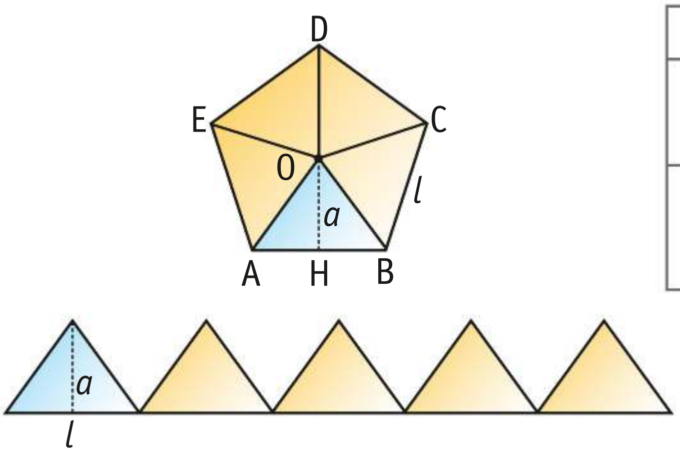


Il **raggio** di un **poligono regolare** è il **raggio della circonferenza circoscritta**; l'**apotema** di un **poligono regolare** è il **raggio della circonferenza inscritta.**



AREA DI UN POLIGONO REGOLARE

AREA DI UN POLIGONO REGOLARE

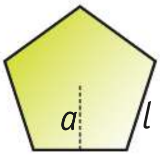


AREA DEL POLIGONO REGOLARE		
FORMULA DIRETTA	FORMULE INVERSE	
$A = \frac{p \cdot a}{2}$	$p = \frac{2A}{a}$	$a = \frac{2A}{p}$

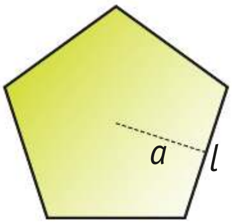
$$A = \frac{p \cdot a}{2}$$

RELAZIONE TRA L'APOTEMA E IL LATO DI UN POLIGONO REGOLARE

RELAZIONE TRA L'APOTEMA E IL LATO DI UN POLIGONO REGOLARE



$a = 93$ cm
$l = 135$ cm



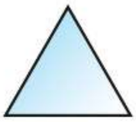
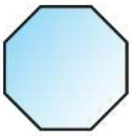
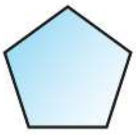
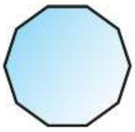
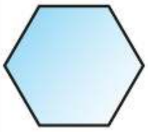
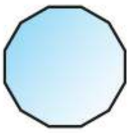
$a = 124$ cm
$l = 180$ cm

Nei **poligoni regolari** il **rapporto** tra **apotema** e **lato** è **costante**.

FORMULA APOTEMA	FORMULE INVERSE	ESEMPI
$\frac{a}{l} = f$	$a = l \cdot f$ $l = \frac{a}{f}$	$\frac{a}{l} = \frac{93}{135} = 0{,}688...$ $\frac{a}{l} = \frac{124}{180} = 0{,}688...$

TABELLA DEI NUMERI FISSI

TABELLA DEI NUMERI FISSI

POLIGONO REGOLARE		COSTANTE f	POLIGONO REGOLARE		COSTANTE f
	TRIANGOLO EQUILATERO	0,289...		OTTAGONO	1,207...
	QUADRATO	0,5		ENNAGONO	1,374...
	PENTAGONO	0,688...		DECAGONO	1,539...
	ESAGONO	0,866...		DODECAGONO	1,866...
	ETTAGONO	1,038...			

ESERCIZI CONSIGLIATI

Poligoni inscritti in una circonferenza

1 **Disegna una circonferenza passante per i tre punti A, B, C.**
Quante ne puoi disegnare? Perché? Qual è il poligono inscritto in essa?

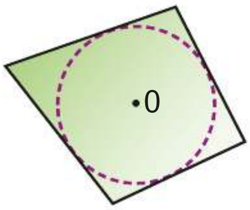
DA SOLO

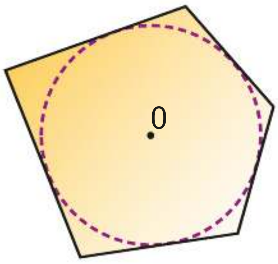
Dapprima unisci i tre punti così da costruire il **triangolo ABC**. Quindi traccia gli assi di ciascun lato che si incontrano in un punto…

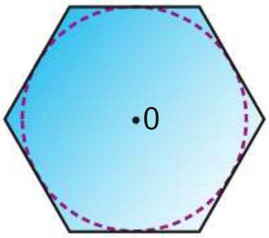
Poligoni circoscritti a una circonferenza

2 **Nelle seguenti figure, per ciascun poligono è stato segnato il centro O. Traccia l'apotema del poligono e determina la sua misura, anche in modo approssimato.**

DA SOLO



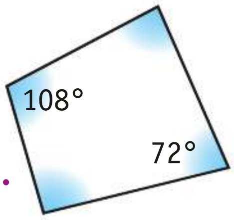




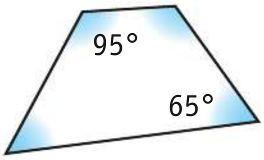
3 **Stabilisci quali dei seguenti quadrilateri si possono inscrivere in una circonferenza.**

DA SOLO

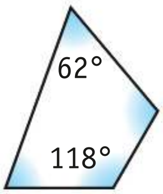
a.



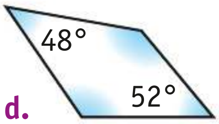
b.



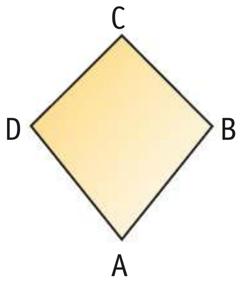
c.



d.



Quadrilateri circoscritti



4 **Indica quale coppia, tra le tre opzioni proposte, soddisfa la condizione di circoscrivibilità di un quadrilatero ABCD a una circonferenza.**

MISURE DI DUE LATI OPPOSTI	OPZIONI		
AB = 6 cm CD = 10 cm	☐ AD = 5 cm ☐ BC = 8 cm	☐ AD = 8 cm ☐ BC = 12 cm	☐ AD = 9 cm ☐ BC = 7 cm
BC = 27 cm AD = 11 cm	☐ AB = 20 cm ☐ CD = 18 cm	☐ AB = 15 cm ☐ CD = 16 cm	☐ AB = 10 cm ☐ CD = 21 cm

Area di un poligono regolare

5 **Completa la seguente tabella, relativa a un insieme di poligoni regolari, il cui numero di lati è indicato nella prima colonna (la misura del lato è indicata con *l*, il perimetro con *p*, l'apotema con *a* e l'area con *A*).**

NUMERO LATI	*l* (cm)	*p* (cm)	*a* (cm)	*A* (cm²)
5	18	....	12,38	....
7	....	21	3,11	....
6	20	....	....	1.039,2
5	....	....	8,256	247,68
8	....	112	16,8	....
6	....	....	8,66	259,8
9	4	....	5,49	....
10	....	80	....	492,48

Utilizza lo strumento "TABELLA DEI NUMERI FISSI".

Verifica

Svolgi gli esercizi della rubrica "AUTOVERIFICA" dell'unità *Poligoni inscritti e circoscritti* di ***Math Genius*** usando gli **strumenti a tua disposizione**.

Indice alfabetico degli strumenti