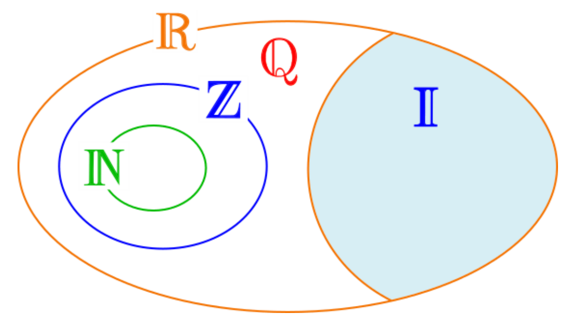
I numeri relativi e gli interi relativi Z

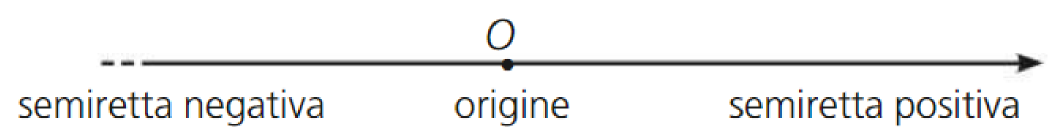
I NUMERI RELATIVI

L'insieme dei numeri preceduti dal segno + o – si chiama INSIEME DEI NUMERI RELATIVI perché il loro valore dipende (è relativo) dal segno che li precede .
Es. +7 e – 7 indicano due cose ben diverse

In particolare, i <u>numeri **interi** relativi</u> si indicano con la lettera **Z**

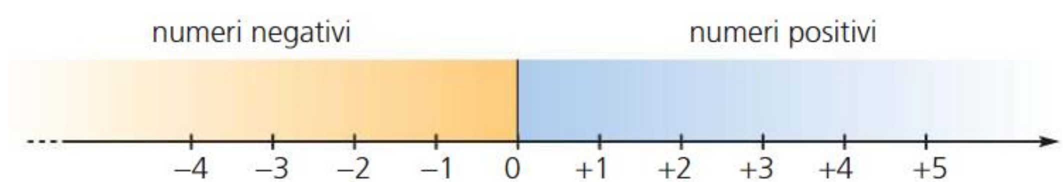


Si rappresentano su una retta orientata

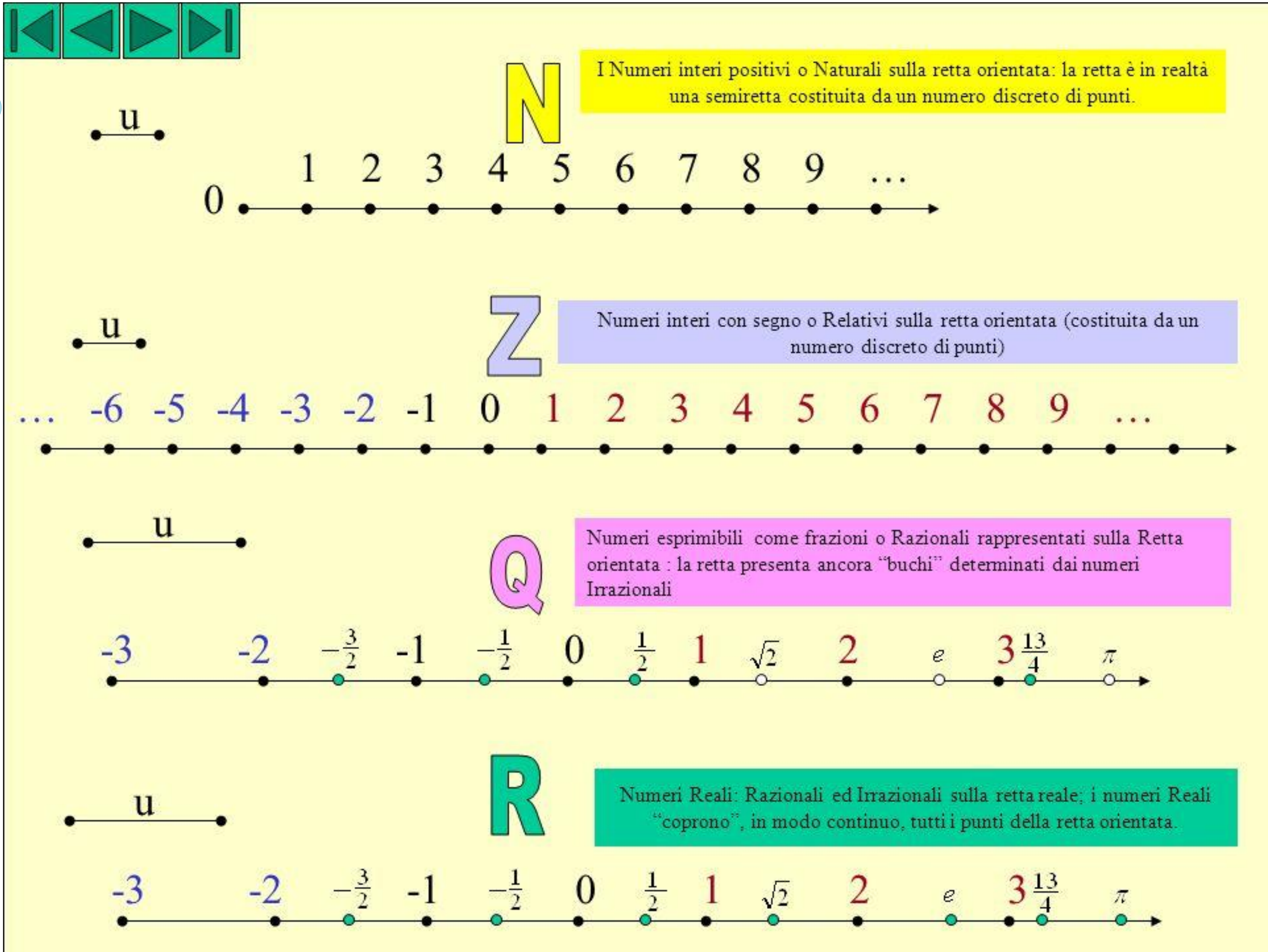


È un insieme ORDINATO

(posso mettere i numeri in ordine sulla retta)



I NUMERI ripasso



I NUMERI ripasso

Interi, senza virgola, non decimali

Si possono scrivere sottoforma di frazione

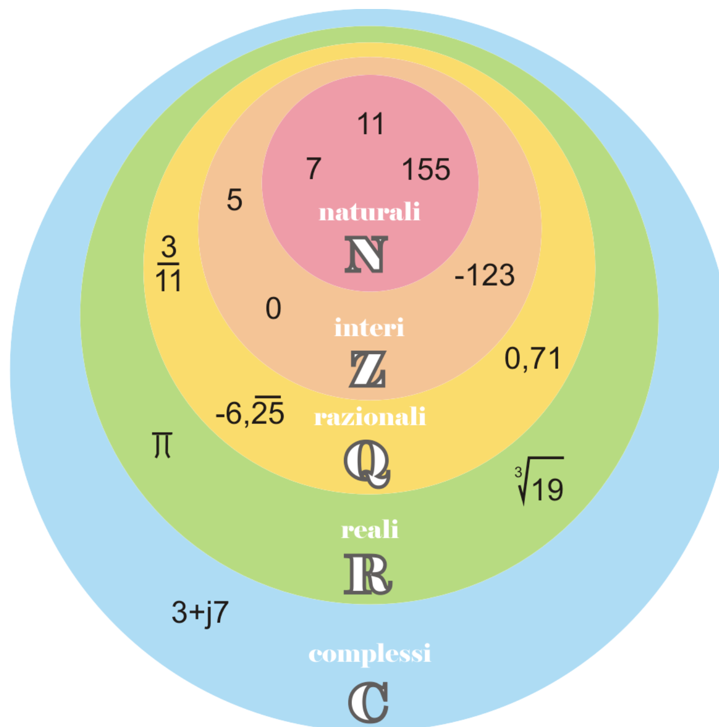
NON si possono scrivere sottoforma di frazione

numeri interi
Z **(*Z*$^+$; *Z*$^-$)**
↓
N

numeri razionali
Q **(*Q*$^+$; *Q*$^-$)**

numeri irrazionali
I **(*I*$^+$; *I*$^-$)**

→ **numeri reali**
R

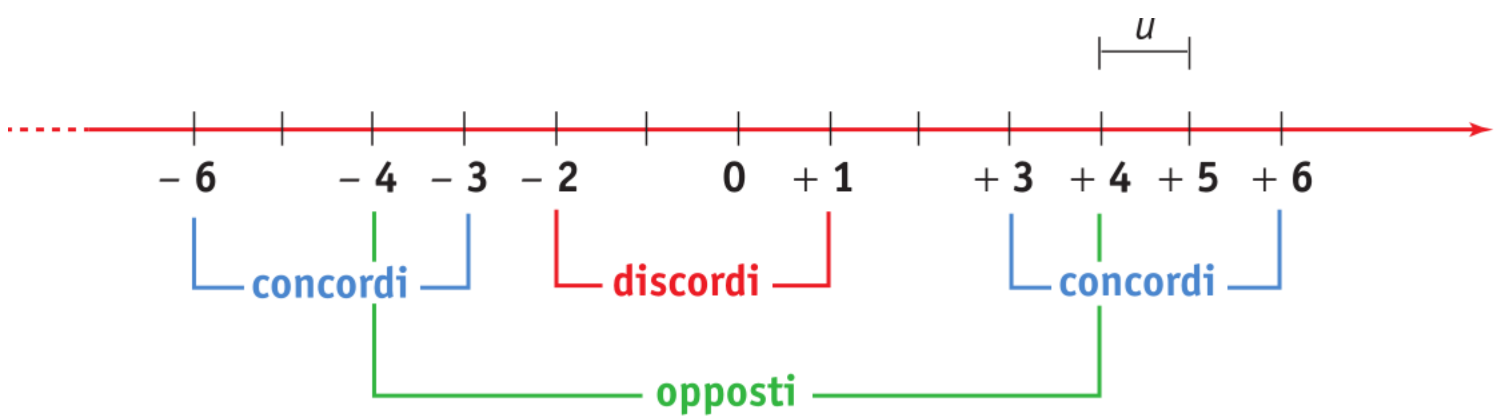


I NUMERI RELATIVI

Stesso segno = CONCORDI +7 +3 (o -7 -3)
Segno diverso = DISCORDI +7 -3

Segno diverso ma stesso valore assoluto = OPPOSTI +7 -7

Stesso segno, stesso valore assoluto = UGUALI +7 +7



I NUMERI RELATIVI – l'addizione

Per effettuare l'addizione dei numeri relativi, riscrivo la somma eliminando il segno di addizione .

(+1) + (+5) = +1 + 5 = +6

(-3) + (-4) = -3 – 4 = -7

(+4) + (-5) = -1

(-6) + (+8) = +2

Il segno in rosso è il segno dell'operazione,
Il segno in nero è il segno del numero

I NUMERI RELATIVI – l’addizione- proprietà

PROPRIETA’ COMMUTATIVA: (+4) **+** (-9) = (-9) **+** (+4) = -5

PROPRIETA’ ASSOCIATIVA: 13 -7 + 8 = 13 **+** (-7 + 8) = 14

Si scrive sempre il +

- la somma di due numeri interi relativi opposti è uguale a zero: +3 -3 = 0
- lo zero è l’elemento neutro dell’addizione (cioè non cambia nulla): -3 + 0 = -3

I NUMERI RELATIVI – la sottrazione

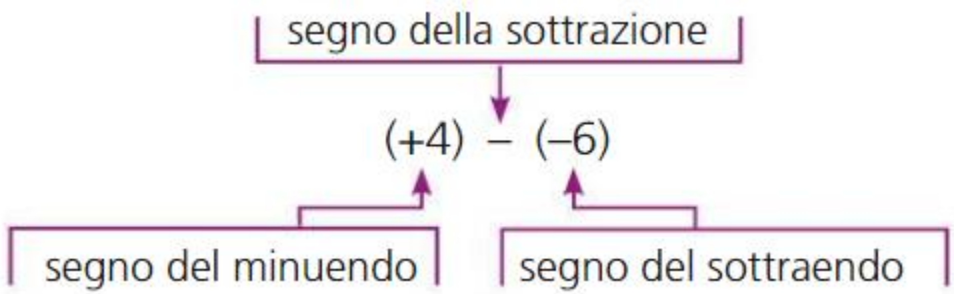
Per effettuare le sottrazione di due numeri relativi, trasformo la sottrazione in addizione cambiando il segno al sottraendo (secondo termine).

La differenza di due numeri relativi, considerati in un certo ordine, si ottiene addizionando al primo numero l'opposto del secondo.

$(+1) - (-8) = (+1) + (+8) = +9$

$(-7) - (+5) = (-7) + (-5) = -7 -5 = -12$

Nell'insieme dei numeri relativi , la sottrazione si può sempre fare!



I NUMERI RELATIVI- la moltiplicazione

Per eseguire la moltiplicazione di numeri relativi, prima eseguo il prodotto dei valori assoluti e poi calcolo il segno seguendo la regola:

Segni concordi ➔ +

Segni discordi ➔ -

Il **prodotto di due numeri interi** è un numero che ha per valore assoluto il prodotto dei valori assoluti ed è positivo se i due numeri sono concordi, negativo se i due numeri sono discordi.

+	per	+	dà	+
+	per	–	dà	–
–	per	+	dà	–
–	per	–	dà	+

(+2) x (+4) = +8

(-2) x (-4) = +8

SEGNI CONCORDI

(-2) x (+4) = -8

(-4) x (+2) = -8

SEGNI DISCORDI

I NUMERI RELATIVI- la moltiplicazione- proprietà

proprietà commutativa	$(-6) \cdot (+4) = (+4) \cdot (-6)$	$\boldsymbol{a \cdot b = b \cdot a}$
proprietà associativa	$(+3) \cdot (-2) \cdot (-3) = (+3)[(-2) \cdot (-3)]$	$\boldsymbol{a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$
proprietà distributiva rispetto all'addizione algebrica	$(-7) \cdot [(+2) + (-6)] = (-7) \cdot (+2) + (-7) \cdot (-6)$	$\boldsymbol{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$

$(-12) \cdot 0 = 0$	Se uno dei fattori è zero, il prodotto è uguale a zero. Viceversa, se il prodotto di due o più fattori è uguale a zero, almeno uno dei fattori è zero (**legge dell'annullamento del prodotto**).
$(+3) \cdot (+1) = +3$	Se uno dei fattori è +1, il prodotto è il numero stesso. Nell'insieme dei numeri relativi il numero **+1 è l'elemento neutro della moltiplicazione**. In simboli $\boldsymbol{a \cdot 1 = a}$.
$(+7) \cdot (-1) = -7$	Se uno dei fattori è –1, il prodotto è l'opposto del numero dato.
$\left(+\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{5}{3}\right) = +1$	Se si moltiplica un numero per il suo **inverso** o **reciproco** il prodotto è uguale a +1.

I NUMERI RELATIVI- la divisione

Uguale alla moltiplicazione…
Per eseguire la divisione di numeri relativi, prima eseguo la divisione dei valori assoluti e poi calcolo il segno seguendo la regola:

Segni concordi ➔ +

Segni discordi ➔ -

+	diviso	+	dà	+
+	diviso	–	dà	–
–	diviso	+	dà	–
–	diviso	–	dà	+

Il **quoziente di due numeri interi** è un numero che ha per valore assoluto il quoziente dei valori assoluti ed è positivo se i due numeri sono concordi, negativo se i due numeri sono discordi.

$$\left.\begin{array}{l}(+18) : (+2) = +9 \\ (-18) : (-2) = +9\end{array}\right\}\ \text{SEGNI CONCORDI}$$

$$\left.\begin{array}{l}(+18) : (-2) = -9 \\ (-15) : (+3) = -5\end{array}\right\}\ \text{SEGNI DISCORDI}$$

I NUMERI RELATIVI- la divisione- proprietà

proprietà invariantiva	$\cdot(+2)$ $\cdot(+2)$ $(+15):(-3)=(+30):(-6)=-5$ $:(+4)$ $:(+4)$ $(-24):(+12)=(-6):(+3)=-2$	moltiplico per +2 entrambi i termini della divisione: $\boldsymbol{a:b=(a\cdot c):(b\cdot c)}$ divido per +4 entrambi i termini della divisione: $\boldsymbol{a:b=(a:c):(b:c)}$
proprietà distributiva rispetto all'addizione algebrica	$(-14-10+8):(-2)=$ $=(-14):(-2)+(-10):(-2)+(+8):(-2)=$ $=+7+5-4=+8$	divido per –2 ciascun termine dell'addizione algebrica indicata in parentesi: $\boldsymbol{(a+b):c=(a:c)+(b:c)}$

$(+4):0=$ **impossibile**	Se il dividendo è un numero diverso da zero e il divisore è zero, la divisione è impossibile perché non esiste alcun numero che moltiplicato per zero dà come prodotto un numero diverso da zero.
$0:(+4)=\mathbf{0}$	Se il dividendo è zero e il divisore è diverso da zero, il quoziente è uguale a zero.
$(+3):(+3)=\mathbf{+1}$	Se dividendo e divisore sono uguali, il quoziente è uguale a +1.
$(+6):(+1)=\mathbf{+6}$	Se il divisore è uguale a +1, il quoziente è uguale al dividendo.
$(+3):(-1)=\mathbf{-3}$	Se il divisore è uguale a –1, il quoziente è uguale all'opposto del dividendo.
$0:0=$ **indeterminato**	Se il dividendo e il divisore sono zero, il quoziente è indeterminato perché qualsiasi numero moltiplicato per zero dà come risultato zero.

I NUMERI RELATIVI- la potenza

La potenza indica sempre un prodotto di tanti fattori uguali alla base quanti ne indica l'esponente.
Quindi:

a. $(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = \mathbf{+8}$
b. $(+3)^3 = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = \mathbf{+27}$

c. $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = \mathbf{+16}$
d. $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = \mathbf{-64}$

Dall'osservazione degli esempi precedenti scaturisce che:

- se la **base** è **positiva** la **potenza** è **positiva**;
- se la **base** è **negativa** e l'**esponente** è **pari** la **potenza** è **positiva**;
- se la **base** è **negativa** e l'**esponente** è **dispari** la **potenza** è **negativa**.

$$\left(+\frac{1}{2}\right)^3 = \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(+\frac{1}{2}\right) = \mathbf{+\frac{1}{8}}.$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \mathbf{+\frac{16}{81}}.$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = \mathbf{-\frac{8}{125}}.$$

Attenzione!
Le scritture $(-4)^2$ e -4^2 assumono un diverso significato perché $(-4)^2$ significa $(-4) \cdot (-4) = +16$, mentre -4^2 significa $-(4 \cdot 4) = -16$.

I NUMERI RELATIVI- la potenza con esponente negativo

- Nella vita comune, le potenze con esponente negativo si usano per esprimere valori piccolissimi ed evitare di scrivere troppi zeri.

La **potenza di un numero relativo** (diverso da zero) **con esponente negativo** è il reciproco della potenza con esponente positivo: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Perché ?

Per dare un significato alla scrittura 6^{-2} calcoliamo il quoziente $6^3 : 6^5$ applicando la proprietà delle potenze con la stessa base:
$6^3 : 6^5 = 6^{3-5} = \mathbf{6^{-2}}$
Se scriviamo il quoziente sotto forma di frazione otteniamo:

$$6^3 : 6^5 = \frac{6^3}{6^5} = \frac{\cancel{6}^1 \cdot \cancel{6}^1 \cdot \cancel{6}^1}{\cancel{6}^1 \cdot \cancel{6}^1 \cdot \cancel{6}^1 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{6 \cdot 6} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6^2}}$$

I NUMERI RELATIVI- le espressioni

Per svolgere un’espressione con i numeri relativi, basta seguire le regole classiche delle espressioni (precedenza di segni e parentesi) e mettere assieme tutte le regole di calcolo imparate finora.

Attenzione!
Esegui dapprima le moltiplicazioni e le divisioni e dopo le addizioni algebriche.
Se ci sono le parentesi, dai la precedenza ai calcoli delle parentesi tonde, poi esegui i calcoli delle parentesi quadre e infine quelli delle parentesi graffe.

A ciò si aggiungono le normali regole per il calcolo con le frazioni o con le radici o con i numeri periodici…

$$\frac{2\cdot(-3)^2}{7^2}-\left\{1-\frac{1}{3}+\left[\left(-\frac{5}{7}\right)^2\cdot\left(-1+\frac{2}{7}\right)^3:\left(-3+\frac{16}{7}\right)^4+\frac{2}{3}+\frac{3}{2}-\frac{11}{6}\right]\right\}^2$$