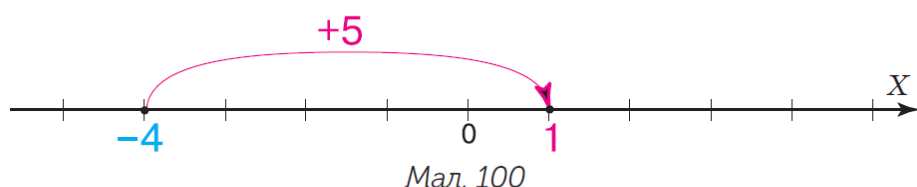


Додавання раціональних чисел

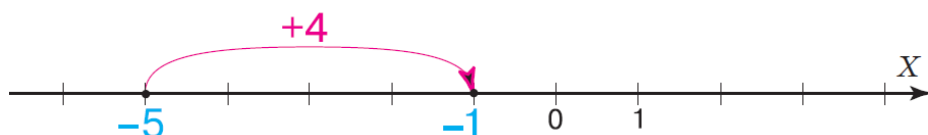
Нехай треба додати числа -4 і 5 . На координатній прямій позначимо точку, що відповідає числу -4 , і відкладемо від неї праворуч 5 одиниць (мал. 100). Бачимо, що в результаті дістали точку з координатою 1 . Отже:

$$-4 + 5 = 1.$$



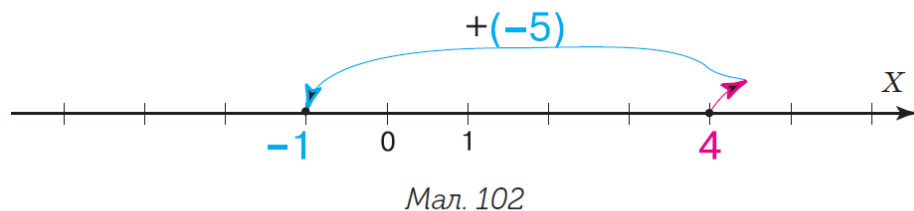
Нехай треба додати числа -5 і 4 . На координатній прямій позначимо точку, що відповідає числу -5 , і відкладемо від неї праворуч 4 одиниці (мал. 101). Бачимо, що в результаті дістали точку з координатою -1 . Отже:

$$-5 + 4 = -1.$$



? Чи зміниться сума чисел з різними знаками, якщо їх додавати в іншому порядку — до додатного числа додавати від'ємне? Ні, сума не зміниться. Але міркування з опорою на координатну пряму будуть іншими.

Нехай до числа 4 треба додати число -5 . На координатній прямій позначимо число 4 . Число -5 є протилежним до числа 5 , тому і відкладати його на координатній прямій треба не праворуч, а в протилежному напрямку, тобто ліворуч. Відкладемо від числа 4 ліворуч 5 одиниць. Отримали число -1 (мал. 102). Отже:

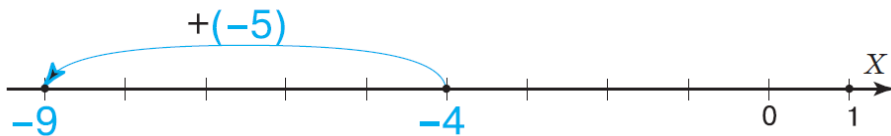


$$4 + (-5) = -1.$$

Порівняємо цей результат і результат, який отримали в попередньому прикладі. Бачимо, що: $-5 + 4 = 4 + (-5) = -1$. Можемо сформулювати *правило додавання чисел з різними знаками*.

? Як додати два від'ємні числа? Будемо міркувати аналогічно до останнього прикладу.

Нехай до числа -4 треба додати число -5 . На координатній прямій позначимо число -4 . Відкладемо від нього в напрямку, протилежному до напрямку стрілки, тобто ліворуч, 5 одиниць. Отримали число -9 (мал. 103). Отже: $-4 + (-5) = -9$.



Мал. 103

Можемо сформулювати *правило додавання чисел з однаковими знаками*.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

Зміна числа залежить від того, яке число до нього додають:

- якщо додають додатне число, то дане число збільшується;
- якщо додають від'ємне число, то дане число зменшується.

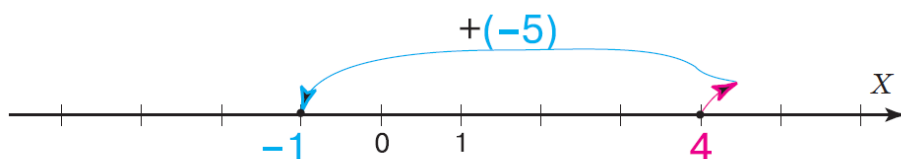
Віднімання раціональних чисел

? Чи можна знаходити різницю раціональних чисел без опори на координатну пряму? Так. Для цього треба знати правила віднімання раціональних чисел.

У попередньому параграфі ви дізналися, як додавати числа з різними знаками. Дію віднімання числа b від числа a можна звести до дії додавання числа a і числа, протилежного до числа b , тобто $-b$. Щоб переконатися в цьому, порівняємо малюнки 109 і 110. На першому

з них бачимо, як знаходили різницю чисел 4 і 5, а на другому — суму чисел 4 і -5 . В обох прикладах дістали число -1 . Отже:

$$4 - 5 = 4 + (-5).$$



Мал. 110

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

Щоб від одного числа відняти інше, можна до зменшуваного додати число, протилежне до від'ємника:

$$a - b = a + (-b).$$

Задача 1

Обчисліть: 1) $6,5 - 1,4$; 2) $6,5 - (-1,4)$;
3) $-6,5 - 1,4$; 4) $-6,5 - (-1,4)$; 5) $-6,5 - 0$.

Розв'язання.

$$\begin{aligned} 1) & 6,5 - 1,4 = 6,5 + (-1,4) = 5,1. \\ 2) & 6,5 - (-1,4) = 6,5 + 1,4 = 7,9. \\ 3) & -6,5 - 1,4 = -6,5 + (-1,4) = -7,9. \\ 4) & -6,5 - (-1,4) = -6,5 + 1,4 = -5,1. \\ 5) & -6,5 - 0 = -6,5 + 0 = -6,5. \end{aligned}$$

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

- 1) У результаті віднімання раціональних чисел зменшуване:
 - зменшується, якщо від'ємник є додатним;
 - збільшується, якщо від'ємник є від'ємним;
 - не змінюється, якщо від'ємник дорівнює 0;
- 2) про віднімання раціонального числа a від числа b кажуть: число b змінили на число a .

Множення раціональних чисел

Ви знаєте, що додавання кількох рівних додатних чисел можна замінити дією множення. Наприклад, $2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 5 = 10$. Міркуючи аналогічно, знайдемо добуток $-2 \cdot 5$:

$$-2 \cdot 5 = -2 + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -10.$$

Отримане число -10 є протилежним до числа $10 = 2 \cdot 5$. Але $2 = |-2|$, $5 = |5|$. Отже, добуток чисел -2 і 5 дорівнює добутку модулів цих чисел, узятому зі знаком « $-$ »:

$$-2 \cdot 5 = -(|-2| \cdot |5|) = -(2 \cdot 5) = -10.$$

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

Добуток **двох** чисел з **різними знаками** — число **від'ємне**.
Щоб помножити два числа з різними знаками, треба помножити їх модулі і перед отриманим добутком поставити знак « $-$ ».

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

Добуток **двох від'ємних** чисел — число **додатне**.
Щоб помножити два від'ємні числа, достатньо помножити їх модулі.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

- Якщо добуток ab додатний, то числа a і b мають однакові знаки, і навпаки;
- якщо добуток ab від'ємний, то числа a і b мають різні знаки, і навпаки;
- якщо добуток ab дорівнює нулю, то хоча б одне з чисел, a чи b , дорівнює нулю, і навпаки.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

- Добуток парної кількості від'ємних множників — додатний;
- добуток непарної кількості від'ємних множників — від'ємний.

Дізнайтеся більше

Індійські математики сформулювали правила множення, ділення, віднімання, додавання раціональних чисел. У таблиці 14 ви бачите, якими міркуваннями вони користувалися під час множення раціональних чисел.

Таблиця 14

Друг мого друга — мій друг	$(+1) \cdot (+1) = +1$
Ворог мого друга — мій ворог	$(-1) \cdot (+1) = -1$
Ворог мого ворога — мій друг	$(-1) \cdot (-1) = +1$
Друг мого ворога — мій ворог	$(+1) \cdot (-1) = -1$

Ділення раціональних чисел

$$20 : \left(-\frac{5}{6}\right) = 20 \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)$$

Тоді, за правилом множення чисел з різними знаками, дістанемо:

$$20 \cdot \left(-\frac{6}{5}\right) = -\left(|20| \cdot \left|-\frac{6}{5}\right|\right) = -\left(20 \cdot \frac{6}{5}\right) = -24.$$

$$\text{Отже, } 20 : \left(-\frac{5}{6}\right) = -24.$$

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

Частка **двох** чисел з **різними знаками** — число **від'ємне**.

Щоб знайти частку чисел з різними знаками, треба поділити модуль діленого на модуль дільника і перед отриманою часткою поставити знак «-».

? Як поділити одне від'ємне число на інше? Міркуючи аналогічно до попереднього випадку, для чисел -20

$$\text{і } -\frac{5}{6} \text{ дістанемо: } -20 : \left(-\frac{5}{6}\right) = +\left(|-20| : \left|-\frac{5}{6}\right|\right) = 20 : \frac{5}{6} = 24.$$

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

Частка **двох від'ємних** чисел — число **додатне**.

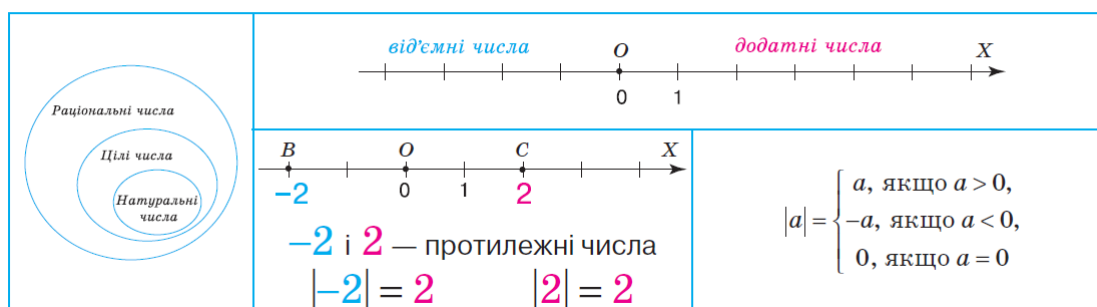
Щоб знайти частку двох від'ємних чисел, достатньо поділити модуль діленого на модуль дільника.

Узагалі, знак частки раціональних чисел визначається знаками діленого і дільника. Наприклад:

$$4 = 8 : 2 \quad \text{або} \quad 4 = -8 : (-2);$$

$$-4 = -8 : 2 \quad \text{або} \quad -4 = 8 : (-2).$$

РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА



ДІЇ З РАЦІОНАЛЬНИМИ ЧИСЛАМИ

Міркування	Сучасне правило додавання	Правило заміни віднімання додаванням
Сума майна і майна є майном	Сума двох додатних чисел є числом додатним	
Сума боргу і боргу є боргом	Сума двох від'ємних чисел є числом від'ємним	
Сума майна і боргу дорівнює їх різниці	Сума двох чисел із різними знаками дорівнює різниці їх модулів і має знак більшого за модулем доданка	
Сума майна і такого самого боргу дорівнює нулю	Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю	$a - b =$ $= a + (-b)$

<table border="1"> <tr> <td>Друг мого друга — мій друг</td><td>$(+1) \cdot (+1) = +1$</td></tr> <tr> <td>Ворог мого друга — мій ворог</td><td>$(-1) \cdot (+1) = (-1)$</td></tr> <tr> <td>Ворог мого ворога — мій друг</td><td>$(-1) \cdot (-1) = +1$</td></tr> <tr> <td>Друг мого ворога — мій ворог</td><td>$(+1) \cdot (-1) = (-1)$</td></tr> </table>	Друг мого друга — мій друг	$(+1) \cdot (+1) = +1$	Ворог мого друга — мій ворог	$(-1) \cdot (+1) = (-1)$	Ворог мого ворога — мій друг	$(-1) \cdot (-1) = +1$	Друг мого ворога — мій ворог	$(+1) \cdot (-1) = (-1)$	Правило заміни ділення множенням
Друг мого друга — мій друг	$(+1) \cdot (+1) = +1$								
Ворог мого друга — мій ворог	$(-1) \cdot (+1) = (-1)$								
Ворог мого ворога — мій друг	$(-1) \cdot (-1) = +1$								
Друг мого ворога — мій ворог	$(+1) \cdot (-1) = (-1)$								
	$a : b = a \cdot \frac{1}{b},$ $b \neq 0$								
Якщо хоча б один із множників дорівнює нулю, то добуток дорівнює нулю	На 0 ділити не можна								