



Università degli Studi di Milano

Corso di Laurea in Fisica
Laboratorio di Ottica e Fisica Moderna
Unità didattica 1
A.A. 2021 -2022

RELAZIONE ESPERIENZA:
Spettrometro a reticolo

Gennaio 2022
Rif. Gruppo GI4 – Rampoldi, Spinelli, Vogler

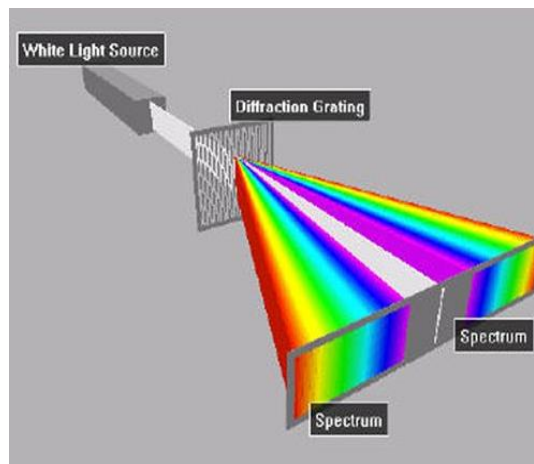
Scopo dell'esperienza:

Attraverso questa esperienza si è voluto riprodurre l'esperienza per misurare diverse lunghezze d'onda λ con uno spettrometro a reticolo. Nel caso specifico l'esperienza consiste nella misura di alcune righe dello spettro di una sorgente di **mercurio (Hg)** mediante un reticolo precedentemente tarato con il doppietto di **sodio (Na)**

Cos'è il reticolo di diffrazione:

Il *reticolo di diffrazione* è uno strumento spettroscopico che consente di disperdere la radiazione elettromagnetica dall'ordine dell'infrarosso (**400 nm**) fino all'ultravioletto (**750 nm**) nel nostro caso lo spettro visibile all'occhio umano, fig.1. Il suo funzionamento è basato sull'interferenza della radiazione diffratta da un serie molto elevata di fenditure parallele (10^4 - 10^5).

Fig.1



Concetti base per capire l'esperienza: (singola fenditura)

Di seguito sono sintetizzati i concetti basilari per i quali avviene il fenomeno della diffrazione, questi sono basati sulle condizioni principali di Fraunhofer, che ci forniscono le relazioni su come valutare l'onda incidente sulla fenditura e sullo schermo di osservazione come un'onda piana

Condizione 1: Nel caso di una singola fenditura abbiamo che:

$$R > \frac{a^2}{\lambda} \quad (1)$$

Dove:

- I. **a**: larghezza della fenditura
- II. **R**: distanza tra la sorgente puntiforme di luce e la fenditura
- III. **λ** : lunghezza d'onda della luce.

Condizione 2: Distanza tra la fenditura e lo schermo di osservazione:

$$D > \frac{a^2}{\lambda} \quad (2)$$

Dove:

- IV. **a** : larghezza della fenditura
- V. **D** : distanza tra fenditura e schermo di osservazione
- VI. **λ** : lunghezza d'onda della luce.

tali condizioni (1), (2), ci garantiscono che, sia sulla fenditura, che sullo schermo di osservazione l'onda incidente può essere considerata un'onda piana.

Il concetto di interferenza nel caso di una singola fenditura, fig.2, (Viene spiegato sinteticamente perché non è il caso della nostra esperienza ma solo per capire alcune differenze importanti con il caso del reticolo.)

Protagonisti principali: Luce, diffrazione, interferenza

- a) la **luce** è un'onda composta da *radiazioni elettromagnetiche* che si propagano nello spazio come oscillazioni trasversali di campi elettrici e magnetici.
- b) La **diffrazione**, è un particolare fenomeno di interferenza che si verifica quando un'onda incontra nel suo cammino un ostacolo o un'apertura.
- c) L'**interferenza** è il fenomeno per il quale due onde che si sovrappongono interagiscono tra loro, generando a loro volta un'onda costruttiva se hanno la stessa frequenza e sono coerenti viceversa se non lo sono.

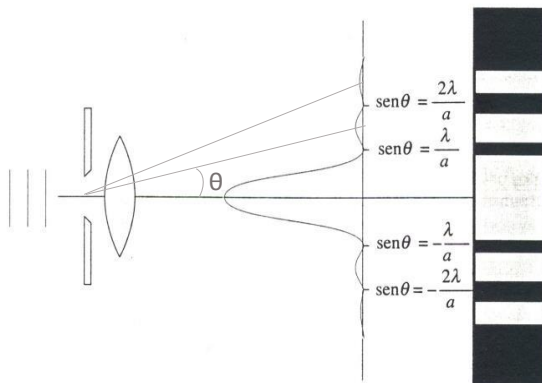
La distribuzione di intensità della radiazione, per una singola fenditura (*nelle condizioni di Fraunhofer*) è data da:

$$I(\vartheta) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \text{Dove } \alpha : \quad \alpha = \frac{\pi a \sin \vartheta}{\lambda}$$

λ = lunghezza d'onda incidente sulla fenditura

a = larghezza della fenditura

Fig.2 Andamento intensità in funzione dell'angolo, $I(\vartheta)$



Posizione dei minimi

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{a} \quad \text{con } m = 1,2,3..$$

Posizione dei massimi

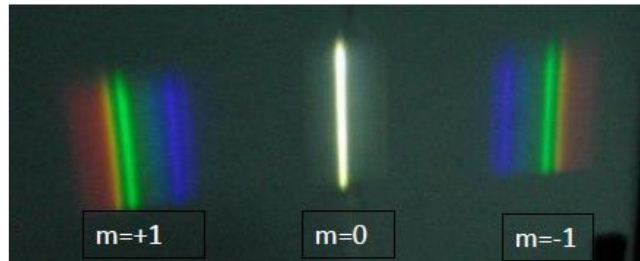
$$\sin \theta_m = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{a} \quad \text{con } m = 1,2,3..$$

Importanza della capacità di diffrazione del reticolo

La capacità di un reticolo di diffrazione di disperdere la radiazione elettromagnetica sta nel fatto che la posizione dei massimi principali, *eccetto quello di ordine $m = 0$* , dipende dal valore della lunghezza d'onda della radiazione diffratta.

$$d * \sin \vartheta = m * \lambda$$

Fissato un valore di m , l'insieme dei max che si formano per le diverse lunghezze d'onda prende il nome di spettro di ordine m .



La nota importantissima che qui si vuole sottolineare e specificare tra l'esperienza con una singola fenditura e una quantità elevatissima di fenditure (*oltre che allo spettro formato dal reticolo*) è la seguente:

Singola fenditura luce monocromatica

Posizione dei minimi

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{a} \quad \text{con } m = 1, 2, 3, \dots$$

Posizione dei massimi

$$\sin \theta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{a} \quad \text{con } m = 1, 2, 3, \dots$$

Reticolo di diffrazione

Posizione dei minimi

$$\sin \theta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{a} \quad \text{con } m = 1, 2, 3, \dots$$

Posizione dei massimi

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{a} \quad \text{con } m = 1, 2, 3, \dots$$

Come si può vedere dalle formule, la posizione dei massimi e i minimi risultano invertite.

Quindi per il reticolo dovremmo ottenere dei massimi per:

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{a}$$

e di conseguenza per ogni lunghezza d'onda avremo le due successive relazioni:

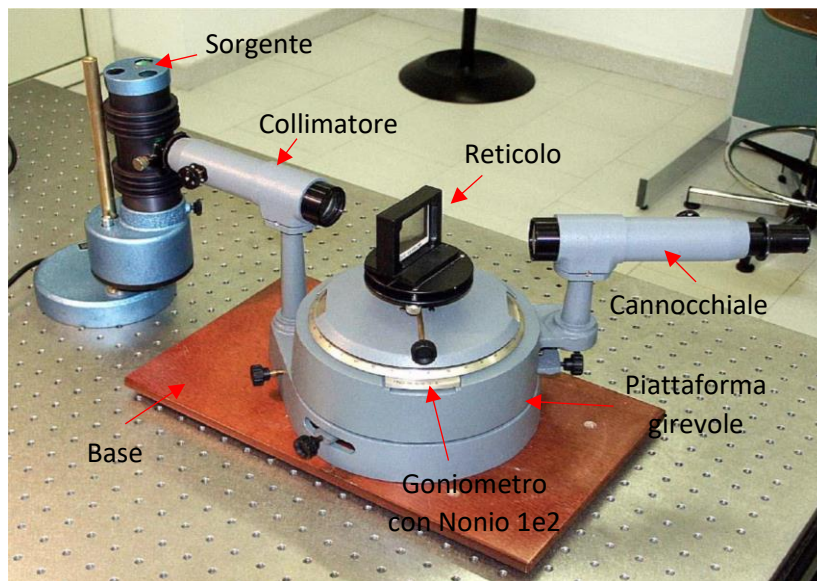
$$\theta_m = \arcsin\left(m \frac{\lambda}{a}\right) \quad e \quad \lambda = \frac{m}{a \sin \theta_m}$$

Queste nell'ipotesi di campo lontano ci permettono di risolvere bene "*visivamente*" il colore della lunghezza d'onda elettromagnetica emessa dalla sorgente.

Fatta questa piccola premessa si andrà ad esporre l'esperienza eseguita in laboratorio completa di calcoli e corredata dalle rispettive incertezze sulle misure effettuate.

Esperimento in laboratorio (*strumentazione*):

- I. Lo spettrometro utilizzato, è dotato di collimatore fissato ad una base, cannocchiale solidale ad una piattaforma girevole, una seconda piattaforma girevole su cui è posto il reticolo. Inoltre, la piattaforma è dotata di goniometro con 2 noni per effettuare 2 misure dello stesso angolo (θ_A e θ_B). Entrambe le piattaforme presentano una precisione di 1' cioè ($1 \div 60 = 0,016^\circ$). Successivamente si eseguirà il calcolo della media dei due angoli.
- II. Righello (squadra) per aiutarsi nella fase di ortogonalizzazione.
- III. Fogli per la presa delle misure e/o tabelle di calcolo precompilate in excel.



Ortogonalizzazione tramite lampada al Sodio Na

Doppietto di giallo lunghezza d'onda: $\lambda_1 = 588.99 \text{ nm}$ $\lambda_2 = 589.59 \text{ nm}$
 variazione tra λ_1 e $\lambda_2 \Rightarrow \Delta\lambda = 0.6 \text{ nm}$

Il primo punto dell'esperimento è la fase di ortogonalizzazione dello *spettroscopio*. All'interno del cannocchiale, nel piano in cui si forma l'immagine è presente un crocifilo il tutto deve essere messo a fuoco attraverso un'immagine presa sulla lunga distanza. Come secondo passaggio bisogna fare collidere tramite il collimatore, il fascio della sorgente della lampada al Sodio, sul reticolo e osservare, attraverso il cannocchiale, che la frangia di ordine k_0 risulti centrata con il crocifilo, e messa bene a fuoco. L'immagine deve essere ben evidente all'interno del cannocchiale e deve avere una larghezza pressoché di **1mm**.

In seguito viene eseguita la lettura di 10 misure. Questa, ci permette di ricavare l'angolo θ_0 . I valori dei θ_0 sono riportati in **Tabella – 1**, mentre il valore mediato $\langle\theta_0\rangle$ è stato riportato in **Tabella – 2** con i calcoli della rispettiva incertezza $\sigma\theta_0$ e $\sigma\langle\theta_0\rangle$

Successivamente qualora si riscontrasse che l'angolo di inclinazione (β) del reticolo non fosse ortogonale entro **5'** con l'angolo θ_0 , tramite la relazione di seguito,

$$\beta = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}\right)} \right]$$

si calcola l'angolo di correzione del nonio su cui è posto il reticolo, in modo tale da rendere il sistema ortogonale entro 5'. Il risultato è presente nella **Tabella – 3**.

In fine ottenuta l'ortogonalizzazione si passa immediatamente al calcolo del passo del reticolo, tramite la nota relazione:

$$d \sin \theta = m\lambda$$

Da cui:

$$d = \frac{m\lambda}{\sin \theta} = 3379,86[\text{nm}]$$

Dove:

d = passo del reticolo

m = **m3** Frangia del terzo ordine interna del doppietto di Sodio **Na**

λ = lunghezza d'onda = **588,995 nm** \cong **589 nm**

sinθ = **sinθ₀ – θ_A** = **sinθ₀ – θ_B**

Il passo del reticolo è stato mediato "tramite una media pesata" e corrisponde a **<d>**. Il calcolo di **<d>** si ottiene trattando singolarmente le misure effettuate, ottenendo così un singolo valore di "θ" attraverso il valore assoluto dei "<θ_{0A}" sul lato destro e "<θ_{0B}" sul lato sinistro; da cui se ne ricava il passo "**d**". Tutti i valori sono stati inseriti nella **Tabella – 4** con le corrispettive incertezze.

I Valori riguardanti il passo del reticolo che devono essere ottenuti approssimativamente dallo sperimentatore durante l'ortogonalizzazione dello spettroscopio; devono corrispondere a grandi linee a quelli da noi ricavati:

$$\langle d \rangle = 3379,8683[\text{nm}] \pm \sigma_{\langle d \rangle} 0,6545 [\text{nm}]$$

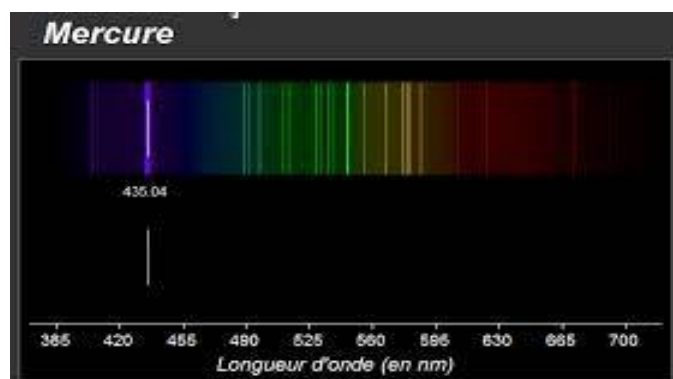
Nota importante: Nel caso si dovessero trovare valori molto discordanti con quelli di cui sopra, vuol dire che la fase di ortogonalizzazione non è andata a buon fine entro 5' e bisognerà rifare le misure.

Calcolo delle lunghezze d'onda "λ" della lampada al Mercurio **Hg** (Parte – 1)

Si procede con la sostituzione della lampada al sodio, con quella al mercurio, **non spostando assolutamente** la fase di ortogonalizzazione fatta precedentemente. In questo modo, attraverso il cannocchiale si potrà osservare lo spettro elettromagnetico delle diverse lunghezze d'onda emesse dalla lampada al mercurio, il quale calcolo delle diverse lambda "λ" sarà la fase successiva dell'esperimento.

Di seguito le diverse lunghezze d'onda "Teoriche" emesse dalla lampada **Hg** :

- λ₁ – Viola2 = 404,656 nm
- λ₂ – Viola1 = 407,783 nm
- λ₃ – Blu = 435,833 nm
- λ₄ – Indaco = 491,607 nm



- λ_5 – Verde = 546,074 nm
- λ_5 – Giallo 1 = 576,959
- λ_7 – Giallo 2 = 579,066
- λ_8 – Rosso = 690,8 nm

Come detto, sperimentalmente ci si aspetta di trovare valori che si avvicinano ai valori teorici. Le misure vanno fatte sia a destra, sia a sinistra dell'ordine $K=0$ e seguendo la procedura:

- Spettro di ordine $K=3$ Destro
- Spettro di ordine $K=3$ Sinistro
- Spettro di ordine $K=2$ Destro
- Spettro di ordine $K=2$ Sinistro
- Spettro di ordine $K=1$ Destro
- Spettro di ordine $K=1$ Sinistro

nella sequenza "viola2, Viola1, Blu, Indaco, Verde, Giallo1, Giallo2, Rosso"

Usando questo metodo si riduce il margine di errore di confondersi nella lettura dei diversi ordini " K ", per i quali vengono prese almeno tre misure a destra e tre a sinistra dell'angolo θ_0 . Da cui poi, centrando il crocifilo all'interno del cannocchiale, su un determinato colore, si ricavano gli angoli corrispondenti mediante la lettura del nonio. Dopo di che si esegue la media dei valori degli angoli θ_A e θ_B corrispondenti per ciascun ordine K . In fine se ne ricava il valore della lunghezza d'onda con la formula:

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{m}$$

Dove :

λ = Lunghezza d'onda

d = Passo del reticolo calcolato nella prima parte dell'esperienza con doppietto di Sodio

$\sin \theta = \sin \theta_0 - \theta_A = \sin \theta_0 - \theta_B$

m = numero d'ordine dello spettro con $m = 1, 2, 3$

Per quanto riguarda il calcolo dell'incertezza sulla lunghezza d'onda λ la prima cosa da fare è calcolare la differenza in valore assoluto tra l'angolo $|\theta_0 - \theta_A|$ e $|\theta_0 - \theta_B|$ in gradi. Questi valori devono essere mediati, dopo di che se ne effettua la deviazione standard e la deviazione standard della media, un esempio di costruzione è la tabella riportata di seguito:

	Numero ordine K	Con K = 1,2,3...	
	Misura	θ_A (Gradi)	$\langle \theta_o \rangle - \theta_A$ (Gradi)
	1		
	2		
	3		
		θ_B (Gradi)	$\langle \theta_o \rangle - \theta_B$ (Gradi)
	1		
	2		
	3		
	$\langle \theta_{AB} \rangle$ (gradi)		
	$\sigma_{\theta_{AB}}$ (gradi)		
	$\sigma_{\theta_{AB}}$ della media (gradi)		

le relazioni da usare sono scritte di seguito:

Deviazione standard

$$\sigma_{\theta_{AB}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\theta_i - \bar{\theta}_{AB})^2}{N}}$$

Deviazione standard della media

$$\bar{\sigma}_{\theta_{AB}} = \frac{\sigma_{\theta_{AB}}}{\sqrt{N}}$$

Conoscendo ora tutte le grandezze, si può passare alla determinazione effettiva dell'incertezza sulla lunghezza d'onda stabilita attraverso la derivata parziale della formula:

$$d \operatorname{sen} \theta = m \lambda$$

$$\sigma_{\lambda} = \frac{\partial}{\partial \lambda} = \sqrt{\left(\frac{d * \cos \bar{\theta}_{AB}}{m} \right)^2 * (\sigma_{\theta_{AB}})^2 + \left(\frac{\sin \bar{\theta}_{AB}}{m} \right)^2 * (\sigma_d)^2}$$

Questo calcolo va effettuato per tutte le lunghezze d'onda gli ordini visibili "m1, m2, m3" dello spettro della lampada al mercurio. In fine disporremo di un singolo valore medio con la sua incertezza come di seguito:

$$\begin{aligned} m1 &= \lambda_1 \pm \sigma_{\lambda 1} \\ m2 &= \lambda_2 \pm \sigma_{\lambda 2} \\ m3 &= \lambda_3 \pm \sigma_{\lambda 3} \end{aligned}$$

Quindi si procede con una media pesata attraverso la relazioni:

$$\bar{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i * \lambda_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

Dove: w_1, w_2, w_3 sono i pesi

$$w_1 = \frac{1}{(\sigma_{\lambda 1})^2} \quad w_2 = \frac{1}{(\sigma_{\lambda 2})^2} \quad w_3 = \frac{1}{(\sigma_{\lambda 3})^2}$$

Come ultimo passaggio si ricava l'incertezza $\sigma_{\langle \lambda \rangle}$ seguendo le formule:

$$\sigma_{\langle \lambda \rangle} = \sqrt{\frac{1}{W_{tot}}}$$

Dove W_{tot} è la sommatoria di tutti i pesi

Finalmente dopo quest'ultimo passaggio possiamo affermare di avere stimato la nostra migliore misura e la sua migliore incertezza della lunghezza d'onda presa in considerazione. " $\lambda \pm \sigma_{\langle \lambda \rangle}$ "

Calcolo delle lunghezze d'onda " λ " della lampada al Mercurio **Hg** (Parte – 2)

Tuttavia per problematiche riguardanti le tempistiche dettate dalla nostra esperienza, "5 ore", se non si effettua la fase di ortogonalizzazione dell'apparato, e del calcolo del passo del reticolo in tempi relativamente brevi, "≅ 2ore e 30min", la presa dati per la lampada **Hg** risulta essere molto difficile e bisogna essere rapidi. Come successo nel nostro caso, avendo riscontrato non poche difficoltà per il procedimento di ortogonalizzazione, il tempo restante per la presa dati è stato solamente di "≅ 1ora 15min" per tale motivo, supponendo l'ortogonalità del sistema precisamente centrata in θ_0 , si è supposto che gli angoli θA e θB fossero perfettamente speculari, e quindi è stato deciso attraverso il consiglio dei docenti; di prendere una singola misura dell'angolo θA corrispondente a ogni colore di lunghezza d'onda λ all'interno di ogni spettro di ordine K visibile, con $K = 1, 2, 3$. I valori tabulati sono riportati completi di calcoli e di incertezze sperimentali, nella **Tabella – 5**, mentre di seguito è stata stilata un'anteprima dei valori teorici con quelli sperimentali calcolati, ai quali, il successivo sperimentatore potrebbe fare riferimento, per un controllo rapido. Sulle misure sperimentali.

Teorico	Valore medio sperimentale
• $\lambda 1 - Viola2 = 404,656 \text{ nm}$	• $\langle \lambda 1 \rangle - Viola2 = 403,794 \text{ nm} \pm \sigma_{\lambda 1} = 2,842 * 10^{-6} \text{ nm}$
• $\lambda 2 - Viola1 = 407,783 \text{ nm}$	• $\langle \lambda 2 \rangle - Viola1 = Non \text{ calcolato}$
• $\lambda 3 - Blu = 435,833 \text{ nm}$	• $\langle \lambda 3 \rangle - Blu = 435,086 \text{ nm} \pm \sigma_{\lambda 3} = 2,448 * 10^{-6} \text{ nm}$
• $\lambda 4 - Indaco = 491,607 \text{ nm}$	• $\langle \lambda 4 \rangle - Indaco = 490,910 \text{ nm} \pm \sigma_{\lambda 4} = 1,937 * 10^{-6} \text{ nm}$
• $\lambda 5 - Verde = 546,074 \text{ nm}$	• $\langle \lambda 5 \rangle - Verde = 546,352 \text{ nm} \pm \sigma_{\lambda 5} = 1,555 * 10^{-6} \text{ nm}$
• $\lambda 5 - Giallo 1 = 576,959$	• $\langle \lambda 6 \rangle - Giallo1 = 575,899 \text{ nm} \pm \sigma_{\lambda 6} = 1,396 * 10^{-6} \text{ nm}$
• $\lambda 7 - Giallo 2 = 579,066$	• $\langle \lambda 7 \rangle - Giallo2 = 579,919 \text{ nm} \pm \sigma_{\lambda 7} = 1,369 * 10^{-6} \text{ nm}$
• $\lambda 8 - Rosso = 690,8 \text{ nm}$	• $\langle \lambda 8 \rangle - Rosso = Non \text{ calcolato}$

Al contrario di quanto esposto nella parte 1 per il calcolo delle lunghezze d'onda dello spettro Hg, non si è potuto fare una media sui valori assoluti di $|\theta_0 - \theta A|$ e $|\theta_0 - \theta B|$. Per questo motivo avendo preso, nel nostro caso una singola misura θA per ogni ordine $K = 1, 2, 3$, bisognava sperare che tale misura fosse stata acquisita nel modo più corretto possibile. Mentre per il calcolo della singola incertezza sull'unica misura presa, per tutti e tre gli ordini si è proceduto allo stesso modo eseguendone la derivata parziale che ancora una volta

viene trascritta, questa volta però utilizzando come errore sull'angolo θ_A l'unico valore di incertezza a cui si poteva fare riferimento e cioè quello dello strumento; un primo di grado " $1/60 = 0,0167^\circ$ "

$$\sigma_\lambda = \frac{\partial}{\partial \lambda} = \sqrt{\left(\frac{d * \cos \bar{\theta}_A}{m}\right)^2 * (\sigma_A)^2 + \left(\frac{\sin \bar{\theta}_A}{m}\right)^2 * (\sigma_d)^2}$$

Il procedimento per l'analisi dati, non si è concluso infatti si è proceduto anche se pur con poche misure, ad eseguirne una media pesata, utilizzando le stesse formule e lo stesso procedimento della parte uno. Questo ci ha permesso di ottenere i nostri migliori valori medi e le nostre migliori incertezze medie " $\bar{\lambda} \pm \sigma_{\langle \lambda \rangle}$ " delle lunghezze d'onda prese in considerazione.

Conclusioni calcolo delle misure sperimentali

Non possiamo affermare a priori se nel caso avessimo effettuato una presa dati più corposa, come si sarebbe dovuto fare (*nel caso corretto*) della parte 1, che i valori ottenuti avrebbero potuto essere migliori di quelli da noi calcolati. Tuttavia dopo il nostro trattamento dei dati, possiamo affermare che i valori teorici non si discostano molto da quelli sperimentali (**entro 1σ**) e che quindi il risultato ottenuto da questa esperienza è più che soddisfacente.

Calcolo del potere dispersivo e risolutivo del reticolo

L'ultima parte della sperimentazione riguarda il calcolo del potere dispersivo e risolutivo del reticolo.

Come detto in precedenza l'importanza del reticolo di diffrazione è quella di disperdere la radiazione elettromagnetica. Infatti, Quando siamo in presenza di lunghezze d'onda λ molto vicine tra loro "vicinissime" e necessario che dette lunghezze, vengano deviate tra loro, seppur di angoli piccolissimi, in maniera tale che le righe luminose corrispondenti siano visibilmente distinte. Per fare questo processo il reticolo deve avere quindi una buona dispersione angolare.

La relazione è

$$D = \frac{\Delta \theta}{\Delta \lambda}$$

Con:

D = Potere dispersivo del reticolo

$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$ Indica la separazione tra i diversi ordini **K**

$\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ Variazione tra le lunghezze d'onda prese in considerazione

A questo punto differenziando l'equazione **$d \sin \theta = k\lambda$** otteniamo:

$$\cos \theta d \theta = \frac{k}{d} d \lambda$$

e sostituendo le variazioni infinitesime con le variazioni finite si arriva alla formula finale:

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta_m}$$

Nota:

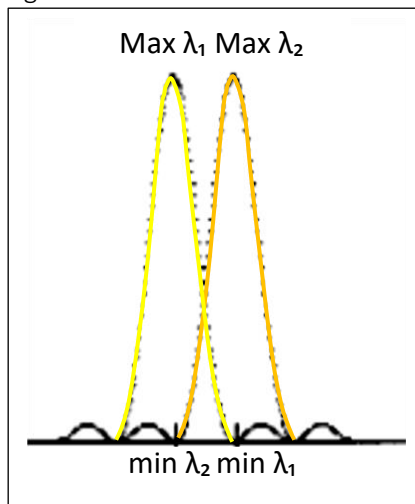
Si ritiene necessario evidenziare, che affinché la dispersione angolare D del reticolo possa aumentare in maniera che a piccole variazioni di lunghezze d'onda $\Delta\lambda$ coincidano valori di $\Delta\theta$ rilevanti, è fondamentale sia, utilizzare reticoli con passo d piccolo, e in più considerare righe spettrali di ordine k alto (esempio ordine $k3$) ai quali corrispondono gli angoli di diffrazione θk .

In **Tabella – 6** sono riportati i calcoli per i vari poteri dispersivi D delle lunghezze d'onda calcolate in laboratorio

Potere Risolvente o Risolutivo del reticolo di diffrazione.

A differenza del potere Dispersivo, il potere Risolvente o Risolutivo ci dice quanto effettivamente le due diverse lunghezze d'onda λ_1 e λ_2 , saranno risolte, cioè ci appariranno come due righe ben distinte. Per il criterio di **Rayleigh**, due righe molto vicine possono essere risolte se il massimo di ciascuna di queste due righe cade in corrispondenza del minimo più prossimo al massimo dell'altra riga, un esempio è quello della Fig.3

Fig.3



La relazione che lega il potere risolvente alle lunghezze d'onda è la seguente:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

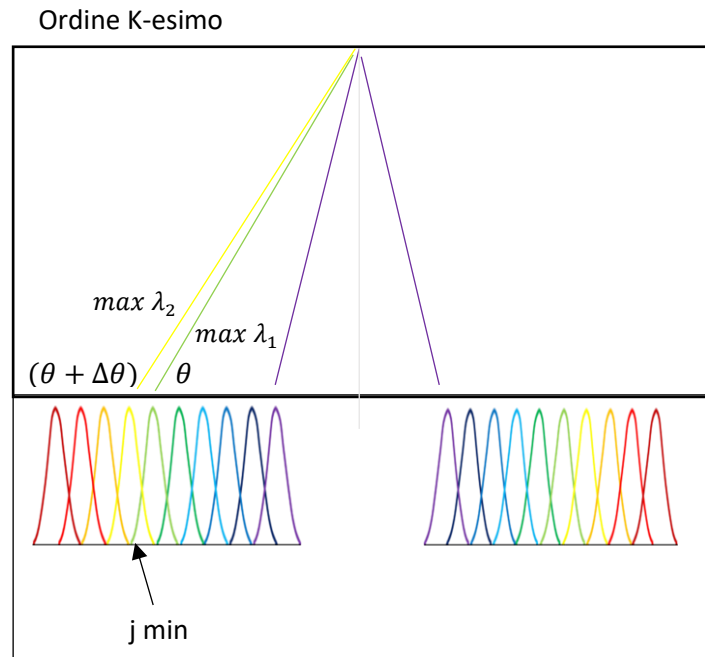
Dove:

λ = lunghezza d'onda di una riga

$\Delta\lambda$ = è la variazione della lunghezza d'onda (riga) vicina per risultare separata

Tuttavia questo non basta. Prendiamo come riferimento un determinato ordine K . Il minimo più prossimo

($j \text{ min}$) alla riga di lunghezza d'onda λ , il cui massimo principale si trova nella posizione θ , si troverà spostato della quantità $\Delta\theta$



Per cui ricavando dalla formula del potere dispersivo $\Delta\lambda$,

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{\Delta\theta}{D}$$

È conoscendo il numero di fenditure N del reticolo si arriva alla relazione finale:

$$\Delta\lambda = \frac{\Delta\theta}{D} = \frac{\lambda}{D * N * d \cos \theta} \quad \rightarrow \quad R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N * k$$

Nel nostro caso è stato calcolato il potere risolutivo del retico in dotazione nel seguente modo: Attraverso il doppietto di *Sodio Na* siamo riusciti a ricavare il Passo del reticolo " $d = 3379,86$ " e conoscendo la larghezza nota del reticolo " $2,45 \text{ cm} = 24500000 \text{ nm}$ " è stato calcolato in numero di fenditure N con la relazione:

$$N = \frac{L}{d} = 7248,56$$

$$\sigma_N = \frac{L}{d^2} * \sigma_d = 1,4 * 10^{-7}$$

Da cui per i tre ordini K osservati " $R = N * k$ "

Calcolo del passo del reticolo						
Tabella - 4						
θ_A Gradi		$\langle \theta_o \rangle - \theta_A$ Gradi	$\langle \theta_o \rangle - \theta_A$ (rad)	σ_θ (rad)	d (nm)	σ_d (nm)
1	99,15	31,505	0,549866	0,000291	3381,31726	1,60475
2	99,12	31,535	0,550390	0,000291	3378,43163	1,60150
3	99,15	31,505	0,549866	0,000291	3381,31726	1,60475
θ_B Gradi		$\langle \theta_o \rangle - \theta_B$ Gradi	$\langle \theta_o \rangle - \theta_B$ (rad)	σ_θ (rad)	d (nm)	σ_d (nm)
1	162,22	31,565	0,550913	0,000291	3375,55186	1,59826
2	162,17	31,515	0,550041	0,000291	3380,35473	1,60367
3	162,15	31,495	0,549691	0,000291	3382,28043	1,60584
MEDIA PESATA		Valori finali per correzione (β)				
d/σ^2	$1/\sigma^2$	$\langle \theta_A \rangle$ (Gradi)	31,515			
1313,0178	0,3883	$\langle \theta_B \rangle$ (Gradi)	31,525			
1317,2308	0,3899	$\langle \theta_A \rangle$ (rad)	0,5500405			
1313,0178	0,3883	$\langle \theta_B \rangle$ (rad)	0,5502150			
1321,4544	0,3915	β (rad)	0,0005042			
1314,4210	0,3888	β (gradi)	0,0288886			
1311,6158	0,3878	β (primi)	1,7333154			
		$\langle \theta \rangle$ (gradi)	31,52			
Passo reticolo $\langle d \rangle$ [nm]	$\sigma_{\langle d \rangle}$ [nm]	σ_θ (gradi)	0,0258844			
3379,8683	0,6545	σ_θ della media (gradi)	0,0105672			

Tabella 5							
MISURE LUNGHEZZE D'ONDA CON LAMPADA Hg							
Dati riguardanti il passo del reticolo utili al calcolo delle diverse lunghezze d'onda emesse dalla lampada al Mercurio "Hg"							
$\langle \theta_0 \rangle$ (Gradi)	130,655	σ_0 media (Gradi)	0,005583264	Passo d (nm)	3379,868	σ_d (nm)	0,654
Misure effettuate solamente per i massimi 1-2-3 sul lato destro							
λ Viola teorico (nm)	404,66						
Primo ordine K	1	Secondo ordine K	2	Terzo ordine K	3	$\langle \lambda \rangle$ (Gradi)	166,10
θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	σ_{λ} (Gradi) Strumento	0,0167
	303,80		296,83		289,63		
	173,15		166,18		158,98		
λ (nm)	403,41	λ (nm)	403,82	λ (nm)	404,15	Media pesata $\lambda/\sigma_{\lambda}^2$	$1/\sigma_{\lambda}^2$
σ_{λ} (nm)	0,9793	σ_{λ} (nm)	0,4837	σ_{λ} (nm)	0,3158	411,96	5,89E-06
						834,85	1,43E-06
						1279,92	6,10E-07
				$\langle \lambda \rangle$ Viola sperimentale (nm)	403,794	σ_{λ} (nm)	2,842E-06
λ Blu teorico (nm)	435,83						
Primo ordine K	1	Secondo ordine K	2	Terzo ordine K	3	$\langle \lambda \rangle$ (Gradi)	164,98
θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	σ_{λ} (Gradi) Strumento	0,0167
	303,27		295,73		287,92		
	172,61		165,08		157,26		
λ (nm)	434,63	λ (nm)	435,16	λ (nm)	435,47	Media pesata $\lambda/\sigma_{\lambda}^2$	$1/\sigma_{\lambda}^2$
σ_{λ} (nm)	0,9786	σ_{λ} (nm)	0,4824	σ_{λ} (nm)	0,3138	444,13	5,07E-06
						902,03	1,23E-06
						1387,75	5,19E-07
				$\langle \lambda \rangle$ Blu sperimentale (nm)	435,086	σ_{λ} (nm)	2,448E-06
λ Indaco teorico (nm)	491,61						
Primo ordine K	1	Secondo ordine K	2	Terzo ordine K	3	$\langle \lambda \rangle$ (Gradi)	162,96
θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	σ_{λ} (Gradi) Strumento	0,0167
	302,34		293,72		284,79		
	171,68		163,07		154,13		
λ (nm)	489,04	λ (nm)	492,19	λ (nm)	491,50	Media pesata $\lambda/\sigma_{\lambda}^2$	$1/\sigma_{\lambda}^2$
σ_{λ} (nm)	0,9774	σ_{λ} (nm)	0,4798	σ_{λ} (nm)	0,3099	500,34	3,99E-06
						1025,76	9,50E-07
						1586,16	3,97E-07
				$\langle \lambda \rangle$ Indaco sperimentale (nm)	490,910	σ_{λ} (nm)	1,937E-06
λ Verde teorico (nm)	546,07						
Primo ordine K	1	Secondo ordine K	2	Terzo ordine K	3	$\langle \lambda \rangle$ (Gradi)	160,94
θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	σ_{λ} (Gradi) Strumento	0,0167
	301,37		291,75		281,67		
	170,71		161,10		151,01		
λ (nm)	545,52	λ (nm)	547,54	λ (nm)	546,00	Media pesata $\lambda/\sigma_{\lambda}^2$	$1/\sigma_{\lambda}^2$
σ_{λ} (nm)	0,9760	σ_{λ} (nm)	0,4770	σ_{λ} (nm)	0,3055	558,93	3,20E-06
						1147,89	7,59E-07
						1787,00	3,13E-07
				$\langle \lambda \rangle$ Verde sperimentale (nm)	546,352	σ_{λ} (nm)	1,555E-06
λ Giallo 1 teorico (nm)	576,96						
Primo ordine K	1	Secondo ordine K	2	Terzo ordine K	3	$\langle \lambda \rangle$ (Gradi)	159,84
θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	σ_{λ} (Gradi) Strumento	0,0167
	300,85		290,72		279,92		
	170,20		160,06		149,26		
λ (nm)	575,58	λ (nm)	576,28	λ (nm)	575,84	Media pesata $\lambda/\sigma_{\lambda}^2$	$1/\sigma_{\lambda}^2$
σ_{λ} (nm)	0,9752	σ_{λ} (nm)	0,4754	σ_{λ} (nm)	0,3029	590,22	2,87E-06
						1212,21	6,81E-07
						1900,79	2,77E-07
				$\langle \lambda \rangle$ Giallo 1 sperimentale (nm)	575,899	σ_{λ} (nm)	1,396E-06
λ Giallo 2 teorico (nm)	579,066						
Primo ordine K	1	Secondo ordine K	2	Terzo ordine K	3	$\langle \lambda \rangle$ (Gradi)	159,70
θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	θ (Gradi)	$\langle \theta_0 \rangle - \theta$ (Gradi)	σ_{λ} (Gradi) Strumento	0,0167
	300,76		290,59		279,72		
	170,11		159,94		149,07		
λ (nm)	580,81	λ (nm)	579,79	λ (nm)	579,16	Media pesata $\lambda/\sigma_{\lambda}^2$	$1/\sigma_{\lambda}^2$
σ_{λ} (nm)	0,9750	σ_{λ} (nm)	0,4752	σ_{λ} (nm)	0,3026	595,67	2,82E-06
						1220,11	6,72E-07
						1913,63	2,73E-07
				$\langle \lambda \rangle$ Giallo 2 sperimentale (nm)	579,919	σ_{λ} (nm)	1,369E-06

Tabella - 6				
Potere Dispersivo "D" del reticolo di diffrazione				
Passo del reticolo	3379,868	$D = \frac{m}{d \cos \theta}$		
	< λ > sperimentale	λ (rad) m1	λ (rad) m2	λ (rad) m3
Viola (nm)	403,794	3,021950	2,900301	2,774690
		D1 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D2 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D3 (10 ⁻⁴ rad/nm)
Potere dispersivo		-0,000294	-0,000575	-0,000829
Blu (nm)	435,086	3,012641	2,881160	2,744733
		D1 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D2 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D3 (10 ⁻⁴ rad/nm)
Potere dispersivo		-0,000293	-0,000572	-0,000819
Indaco (nm)	490,910	2,996392	2,846060	2,690155
		D1 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D2 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D3 (10 ⁻⁴ rad/nm)
Potere dispersivo		-0,000293	-0,000566	-0,000799
Verde (nm)	546,352	2,979481	2,811638	2,635651
		D1 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D2 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D3 (10 ⁻⁴ rad/nm)
Potere dispersivo		-0,000292	-0,000560	-0,000776
Giallo1 (nm)	575,899	2,970463	2,793604	2,605106
		D1 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D2 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D3 (10 ⁻⁴ rad/nm)
Potere dispersivo		-0,000292	-0,000556	-0,000763
Giallo2 (nm)	579,919	2,968892	2,791392	2,601675
		D1 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D2 (10 ⁻⁴ rad/nm)	D3 (10 ⁻⁴ rad/nm)
Potere dispersivo		-0,000291	-0,000556	-0,000761
		Primo ordine	Secondo ordine	Terzo ordine
<D> rad/nm		-2,92E-04	-5,64E-04	-7,91E-04
σ D rad/nm		9,70E-07	8,02E-06	2,87E-05
σ <D> rad/nm		3,96E-07	3,27E-06	1,17E-05